



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**PORUŠOVÁNÍ VYBRANÝCH STAVEBNÍCH
KOMPOZITŮ V BLÍZKOSTI ROZHRANÍ
PLNIVA A MATRICE**

FRACTURE OF SELECTED BUILDING COMPOSITES IN THE VICINITY
OF AGGREGATE-MATRIX-INTERFACE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Michal Vyhlídal

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc.

BRNO 2018



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student	Bc. Michal Vyhlídal
Název	Porušování vybraných stavebních kompozitů v blízkosti rozhraní plniva a matrice
Vedoucí práce	prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc.
Vedoucí-specialista	doc. Ing. Jan Klusák, Ph.D.
Datum zadání	31. 3. 2017
Datum odevzdání	12. 1. 2018

V Brně dne 31. 3. 2017

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
vedoucí ústavu

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

- KERŠNER, Z.; PUKL, R.; NOVÁK, D. Nelineární lomová mechanika pro modelování prvků a konstrukcí z kvazikřehkých materiálů. Studijní opora předmětu Vybrané stati z nosných konstrukcí budov, modul BL13-MO3, FAST VUT v Brně, Brno, 2006.
- KNĚSL, Z.; KLUSÁK, J.; NÁHLÍK, L. Crack initiation criteria for singular stress concentrations Part I: A universal assessment of singular stress concentrations, Engineering mechanics 14 (2007), 6, ISSN 1802-1484, 399-408.
- KLUSÁK, J.; KNĚSL, Z.; NÁHLÍK, L. Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part II: Stability of sharp and bi-material notches, Engineering mechanics 14 (2007), 6, ISSN 1802-1484, pp. 409-422.
- NÁHLÍK, L.; KNĚSL, Z.; KLUSÁK, J. Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part III: An Application to a Crack Touching a Bimaterial Interface, Engineering Mechanics, Vol. 15, 2008, No. 2, p. 99-114.
- ANSYS Users manual, Swanson Analysis System, Inc., Houston.

Další podklady podle pokynů vedoucího práce.

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Studium doporučených podkladů a souvisejících materiálů, průzkum webových zdrojů, orientace v zadané problematice porušování vybraných stavebních kompozitů v blízkosti rozhraní plniva a matrice, lomové parametry, aplikace numerického modelu, vyhodnocení vhodných lomových experimentů, diskuse výsledků, závěrečné shrnutí.

STRUKTURA DIPLOMOVÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc.
vedoucí diplomové práce

ABSTRAKT

Rozhraní mezi zrnem kameniva a matricí představuje v cementových kompozitech nejslabší článek. Aktuálnost tématu je o to větší zejména u vysokohodnotných a vysokopevnostních betonů, kde je potřeba eliminace, příp. redukce, těchto slabých článků. Cílem této práce je stanovit vliv tohoto rozhraní na lomové chování cementových kompozitů. Za tímto účelem byly navrženy a provedeny lomové experimenty, které byly doplněny o výsledky nanoindentačních zkoušek a snímky mikrostruktury rozhraní pořízené pomocí rastrovací elektronové mikroskopie. Na základě těchto dat byl následně vytvořen numerický model v SW ANSYS, umožňující na základě poznatků zobecněné lomové mechaniky stanovit hodnoty lomové houževnatosti rozhraní. Závěrem práce je dokázáno, že vlastnosti rozhraní mají nezanedbatelný vliv na lomové chování cementových kompozitů a právem mu přísluší označení „nejslabší článek“.

KLÍČOVÁ SLOVA

Cementový kompozit, mezifázová přechodová vrstva, zkouška tříbodovým ohybem, nanoindentace, rastrovací elektronová mikroskopie, metoda konečných prvků, zobecněná lomová mechanika

ABSTRACT

The interface between aggregate grains and matrix in cementitious composites is their weakest element. The topic is particularly significant in the case of high performance and high strength concrete technology for which the elimination or reduction of these weak links are necessary. The aim of this thesis is to determine the influence of the interface on the fracture behaviour of the cementitious composites. The fracture experiments were performed for this purpose and were complemented by the nanoindentation's results and scanning electron microscopy results. Numerical model was created in ANSYS software on the basis of these data and the fracture toughness values of the interface were evaluated by means of the generalized fracture mechanics principles. Conclusion of the thesis is proof that the interface properties have a significant influence on the fracture behaviour of cementitious composites.

KEYWORDS

Cementitious composite, interfacial transition zone, three-point bending fracture test, nanoindentation, scanning electron microscopy, finite element method, generalized fracture mechanics

Porušování vybraných stavebních kompozitů v blízkosti rozhraní plniva a matrice:
diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav
stavební mechaniky, 2018. 115 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc.,
vedoucí-specialista doc. Ing. Jan Klusák, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

Brno

.....

Bc. Michal Vyhlídal
(podpis autora)

Poděkování:

Hlavní poděkování patří vedoucímu mé diplomové práce prof. Ing. Zbyňku Keršnerovi, CSc. nejen za pomoc při zpracování této diplomové práce, ale i za možnost podílet se na řešení projektu **AMIRI**. Velké díky patří rovněž mému vedoucímu-specialistovi doc. Ing. Janu Klusákovi, Ph.D. z Ústavu fyziky materiálů AV ČR, v. v. i. za užitečné rady, pomoc a vstřícnost.

Velké poděkování patří mým rodičům, kteří mi studium umožnili a podporovali mě po celou dobu. Bez jejich obětavosti a rodinného zázemí by bylo studium téměř nemožné. Děkuji také mé přítelkyni za trpělivost nejen při zpracování této diplomové práce.

Práce vznikla v rámci řešení projektu **GA16-18702S** – Problematika porušování v blízkosti rozhraní plniva a matrice kompozitů na silikátové bázi (AMIRI), podporovaném Grantovou agenturou České republiky.

OBSAH

Úvod	14
1 Rozhraní mezi cementovou pastou a zrnem kameniva	16
1.1 Úvod	16
1.2 Teorie vzniku ITZ	16
1.3 Mikrostruktura	18
1.4 Fyzikální vlastnosti	19
1.5 Mechanické vlastnosti	20
1.6 Metody modifikace	21
2 Metody měření vlastností ITZ	22
2.1 Elektronová mikroskopie	22
2.1.1 Úvod	22
2.1.2 Rozdělení elektronových mikroskopů	23
2.1.3 Fyzikální principy	23
2.1.4 Rastrovací elektronový mikroskop (SEM)	24
2.2 Nanoindentace	26
2.2.1 Podstata metody	26
3 Analýza řešené problematiky	27
3.1 Základní vztahy mechaniky kontinua	27
3.2 Rovinná deformace (RD)	31
3.3 Úvod do lineární elastické lomové mechaniky	33
3.3.1 Módy zatížení	36
3.3.2 Součinitel intenzity napětí	37
3.3.3 Stanovení hodnoty součinitele intenzity napětí	39
3.3.4 Faktor hustoty deformační energie	40
3.3.5 Určení součinitele intenzity napětí v SW ANSYS	41
3.4 Obecný koncentrátor napětí	42
3.4.1 Úvod	42
3.4.2 Stanovení exponentu singularity napětí	43
3.4.3 Kritéria stability	45
4 Příprava, výroba a zkoušení těles	46
4.1 Betonová tělesa	46
4.1.1 Míchání a zkoušení čerstvých malt	46
4.1.2 Výroba a ošetřování těles	47
4.1.3 Zkoušky trámů	47

4.2	Horninová tělesa	49
5	Úprava dat a jejich vyhodnocení	50
5.1	Úprava diagramů	50
5.1.1	Původní data	50
5.1.2	Úprava vzestupných částí	51
5.1.3	Posun diagramů do počátku	52
5.2	Vyhodnocení diagramů	53
5.2.1	Lomová práce W_F a specifická lomová energie G_F	53
5.2.2	Lomová houževnatost K_{Ic}	55
5.2.3	Modul pružnosti	56
5.3	Kontrola výsledků	56
6	EXPERIMENTÁLNÍ PROGRAM	57
6.1	Matrice – jemnozrnný kompozit	57
6.1.1	1.sada referenčních těles	57
6.1.2	2.sada referenčních těles	58
6.1.3	Mikrostruktura	60
6.2	Ocelová inkluze	62
6.2.1	Zatěžovací diagramy	62
6.2.2	Ověření předpokladu o šíření trhliny	65
6.2.3	Mikrostruktura ITZ	67
6.3	Horninová inkluze – amfibolit	68
6.3.1	Zatěžovací diagramy	69
6.3.2	Mikrostruktura ITZ	70
6.4	Horninová inkluze – čedič	71
6.4.1	Zatěžovací diagramy	72
6.4.2	Mikrostruktura ITZ	73
6.5	Horninová inkluze – žula	74
6.5.1	Zatěžovací diagramy	75
6.5.2	Mikrostruktura ITZ	76
6.6	Horninová inkluze – mramor	77
6.6.1	Zatěžovací diagramy	78
6.6.2	Mikrostruktura ITZ	79
6.7	Dílčí shrnutí	80
6.8	Výsledky nanoindentačních zkoušek	81
6.9	Porovnání dílčích výsledků	83

7	Numerický model	84
7.1	Ocel	88
7.2	Amfibolit	89
7.3	Čedič	90
7.4	Žula	91
7.5	Mramor	92
7.6	Dílčí shrnutí	93
7.7	Srovnání s výsledky experimentů	94
8	Závěr	95
	Literatura	97
	Seznam symbolů, veličin a zkratk	104
	Seznam příloh	109
A	Přílohy	110
A.1	Tvarová funkce	110
A.2	Úprava grafů ve VBA MS Excel	112
A.2.1	Odstranění vodorovných bodů	112
A.2.2	Odstranění nulových bodů	112
A.2.3	Aproximace lineární části větve	113
A.3	Úprava vzorce KCALC	115

SEZNAM OBRÁZKŮ

1	Chování cementového kompozitu během zatížení	15
1.1	Narušení hromadění cementových zrn kamenivem	17
1.2	Synereze	17
1.3	Mikrostruktura ITZ	18
1.4	Čtyřúrovňová mikrostruktura cementových kompozitů	20
2.1	Elektronový mikroskop TESCAN MIRA3 XMU	25
2.2	Zatěžovací cykly	26
3.1	Pole posunutí	27
3.2	Pole poměrných deformací	28
3.3	Pole napětí	29
3.4	Složky napětí v blízkosti vrcholu trhliny	33
3.5	Zatěžovací módy tělesa s trhlinou	36
3.6	Trhlina blížící se k rozhraní	38
3.7	Radiální síť okolo vrcholu trhliny	41
3.8	Příklady obecných koncentrátorů napětí	42
3.9	Trhlina na rozhraní dvou materiálů	44
4.1	Formy zajišťující výsledný tvar tělesa	47
4.2	Schéma trámce pro zkoušku tříbodovým ohybem	48
4.3	Zkušební lis Heckert FP 10/1	48
4.4	Šípový vrub	49
5.1	Původní $L-d$ diagram – detail	50
5.2	Původní $L-CMOD$ diagram – detail	50
5.3	Upravený $L-d$ diagram – detail	51
5.4	Upravený $L-CMOD$ diagram – detail	51
5.5	Posun $L-d$ diagramu do počátku	52
5.6	Doplnění bodů $L-d$ diagramu	52
5.7	Výsledný $L-CMOD$ diagram	53
5.8	Lomová práce	54
5.9	Způsoby porušení zkušebních těles	54
5.10	Tvarová funkce	56
6.1	Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – matrice	57
6.2	Zatěžovací $L-d$ diagramy 1_IV_BF	58
6.3	Zatěžovací $L-CMOD$ diagramy 1_IV_BF	58
6.4	Zatěžovací $L-d$ diagramy 2_IV_BF	59
6.5	Zatěžovací $L-CMOD$ diagramy 2_IV_BF	59
6.6	Mikrostruktura matrice	60
6.7	Mikrostruktura jemnozrného kompozitu 04042016	61

6.8	Trámec po zkoušce třibodovým ohybem – ocelová inkluze	62
6.9	Zatěžovací L - d diagramy 1_IV_BF_STE	63
6.10	Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 1_IV_BF_STE	63
6.11	Průchod trhliny 1_IV_BF_STE_2	64
6.12	Průchod trhliny 1_IV_BF_STE_3	64
6.13	L - d diagram ATENA	65
6.14	Detail L - d diagramu ATENA	65
6.15	Mikrotrhliny do prvního vrcholu inkluze	66
6.16	Mikrotrhliny ve vrcholu inkluze	66
6.17	Magistrální trhlina	66
6.18	Mikrostruktura rozhraní matrice–ocelová inkluze	67
6.19	Trámce po zkoušce třibodovým ohybem – inkluze z amfibolitu	68
6.20	Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_AMP	69
6.21	Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_AMP	69
6.22	Mikrostruktura rozhraní matrice–amfibolit	70
6.23	Trámce po zkoušce třibodovým ohybem – inkluze z čediče	71
6.24	Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_BAS	72
6.25	Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_BAS	72
6.26	Mikrostruktura rozhraní matrice–čedič	73
6.27	Trámce po zkoušce třibodovým ohybem – inkluze ze žuly	74
6.28	Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_GRA	75
6.29	Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_GRA	75
6.30	Mikrostruktura rozhraní matrice–žula	76
6.31	Trámce po zkoušce třibodovým ohybem – inkluze z mramoru	77
6.32	Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_MAR	78
6.33	Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_MAR	78
6.34	Mikrostruktura rozhraní matrice–mramor	79
6.35	Porovnání výsledků L - d diagramů	80
6.36	Modul pružnosti – nanoindentace	81
6.37	Průměrný modul pružnosti přes oblast $50\ \mu\text{m}$	82
6.38	Průměrný modul pružnosti přes oblast $20\ \mu\text{m}$	82
6.39	Porovnání nanoindentace s výsledky zkoušek	83
7.1	Numerický model	84
7.2	Polohy trhliny	84
7.3	Sít okolo vrcholu trhliny	86
7.4	Úhel θ_0	87
7.5	Relativní hodnoty $K_{\text{IC,ITZ}}$ pro jednotlivé materiály inkluze	93
7.6	Porovnání výsledků $K_{\text{IC,ITZ}}$ s výsledky lomových experimentů	94
8.1	Relativní porovnání všech dosažených výsledků	95

SEZNAM TABULEK

4.1	Složení a objemová hmotnost čerstvého betonu	46
4.2	Rozměry horninových těles	49
5.1	Plochy ligamentu odpovídající způsobům porušení	54
5.2	Kontrola výsledků s programem StiCrack – 1_IV_BF_1	56
5.3	Kontrola výsledků s programem StiCrack – 2_IV_BF_2	56
6.1	Lomově-mechanické parametry matrice 1_IV_BF	57
6.2	Lomově-mechanické parametry matrice – 2	59
6.3	Materiálové vlastnosti ocelové inkluze	62
6.4	Lomově-mechanické vlastnosti matrice s ocelovou inkluzí	64
6.5	Hodnoty zatížení, posunu a $CMOD$	64
6.6	Porovnání řešení ATENA	66
6.7	Lomově-mechanické vlastnosti amfibolitu	68
6.8	Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z amfibolitu	70
6.9	Lomově-mechanické vlastnosti čediče	71
6.10	Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z čediče	73
6.11	Lomově-mechanické vlastnosti žuly	74
6.12	Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z žuly	76
6.13	Lomově-mechanické vlastnosti mramoru	77
6.14	Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z mramoru	79
6.15	Porovnání výsledků $L-d$ diagramů	80
6.16	Korelační matice výsledků nanoindentace a lomových experimentů	83
7.1	Materiálové vlastnosti využité v numerickém modelu	85
7.2	Hodnoty parametru d	87
7.3	Zatížení – ocel	88
7.4	Lomová houževnatost ITZ – ocelová inkluze	88
7.5	Zatížení – amfibolit	89
7.6	Lomová houževnatost ITZ – inkluze z amfibolitu	89
7.7	Zatížení – čedič	90
7.8	Lomová houževnatost ITZ – inkluze z čediče	90
7.9	Zatížení – žula	91
7.10	Lomová houževnatost ITZ – inkluze z žuly	91
7.11	Zatížení – mramor	92
7.12	Lomová houževnatost ITZ – inkluze z mramoru	92
7.13	Porovnání výsledků $K_{Ic,ITZ}$ pro jednotlivé materiály inkluze	93
7.14	Korelační matice výsledků numerické studie a lomových experimentů	94
8.1	Korelační matice všech výsledků	96

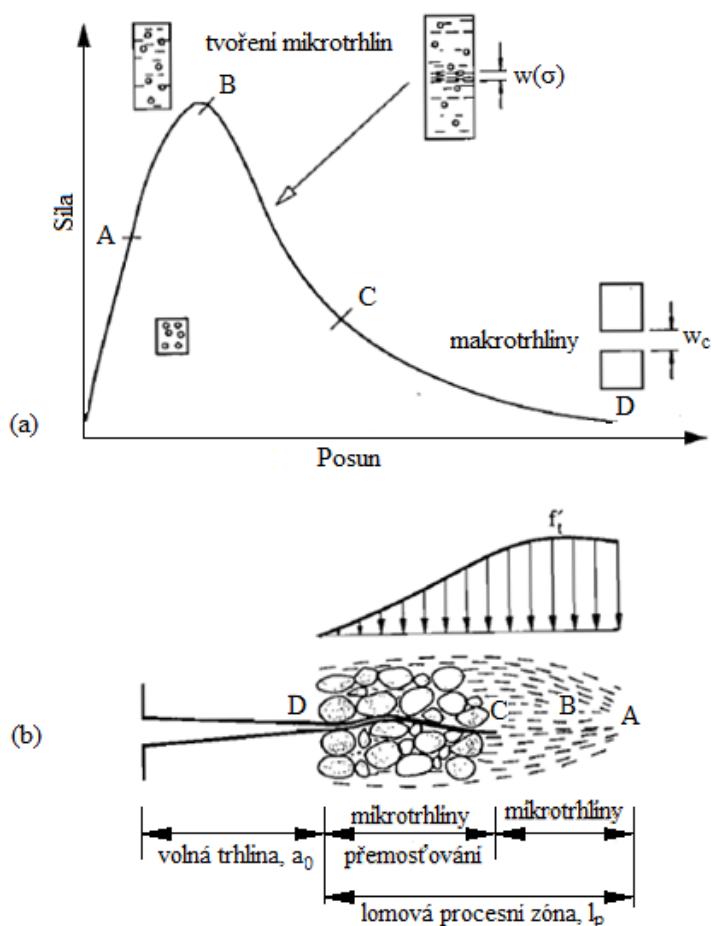
ÚVOD

Kompozitní materiály, v případě této diplomové práce beton, jakožto typický zástupce cementových kompozitů, patří k tradičním a široce užívaným stavebním materiálům. Návrh konstrukcí/prvků z prostého, příp. vyztuženého, betonu je založen na teorii pružnosti a plasticity. Nicméně tento přístup nebere v potaz množství defektů (pórů, mikrotrhlin, apod.) vzniklých v betonové konstrukci/prvku vlivem např. smršťování před jeho mechanickým zatížením. Teorie lomové mechaniky, budovaná od roku 1921 (Griffith, 1921), může děje probíhající v konstrukci s defekty pomoci vysvětlit (Keršner et al., 2006).

Z pohledu lomové mechaniky vykazuje beton nelineární, přesněji tedy kvazikřehké chování – schopnost přenést zatížení pokračuje i po odchýlení od lineární větve $L-d$ diagramu až do vrcholu a následnému snížení zatěžovací síly až do porušení, tzv. tahové změkčení, viz obr. 1 (Shah – Ouyang, 1994). Nicméně samotné složky betonu (kamenivo a cementová pasta) často vykazují chování křehké. Tato odlišnost v chování cementového kompozitu je, dle Scrivener et al. (2004), způsobena rozvojem mikrotrhlin ve vrstvě zvané mezifázová přechodová vrstva (volný překlad z anglického The Interfacial Transition Zone) tvořící rozhraní mezi zrnem kameniva a cementovou pastou. Tento předpoklad je ostatně dobře viditelný na obr. 1, kde k přemostování mikrotrhlin dochází na kontaktu zrna kameniva a cementové pasty. Tato vrstva je považována za slabý článek cementových kompozitů (viz kapitola 1) a mohla by mít významný dopad na chování prvků z cementových kompozitů vystavených vnějšímu zatížení.

Úkolem této práce je analyzovat chování cementového kompozitu s trhlinou na rozhraní materiálů, přiblížit mikrostrukturu ITZ za pomoci rastrovací elektronové mikroskopie (SEM) s detekcí jak sekundárních (SE), tak i zpětně odražených (BSE) elektronů. K těmto účelům byly navrženy a provedeny lomové experimenty, jejichž vyhodnocení je taktéž součástí práce. Ke zjištění mechanických vlastností rozhraní byly rovněž využity výsledky nanoindentačních testů provedených doc. Němečkem z Katedry mechaniky Fakulty stavební ČVUT v Praze.

Jak lze vidět, ke stanovení vlivu ITZ na chování cementového kompozitu je zapotřebí mezioborová spolupráce zahrnující oblasti lomové mechaniky, chemie, mikromechaniky a mnoha dalších.



Obr. 1: Chování cementového kompozitu během zatížení, charakteristický diagram síla–posun betonového zkušební tělesa (a), formování lomové procesní zóny před čelem trhliny včetně odpovídajícího rozdělení napětí podél této zóny (b), podle Karahaloo (1995)

1 ROZHRANÍ MEZI CEMENTOVOU PASTOU A ZRNEM KAMENIVA

V této kapitole bude úvodem představena historie a současný stav zkoumání mezifázové vrstvy (ITZ), dále bude nastíněno teoretické pozadí vzniku této vrstvy, resp. teorie popisující tento děj. Poté budou probrány její hlavní vlastnosti ovlivňující chování cementového kompozitu a možnosti její redukce.

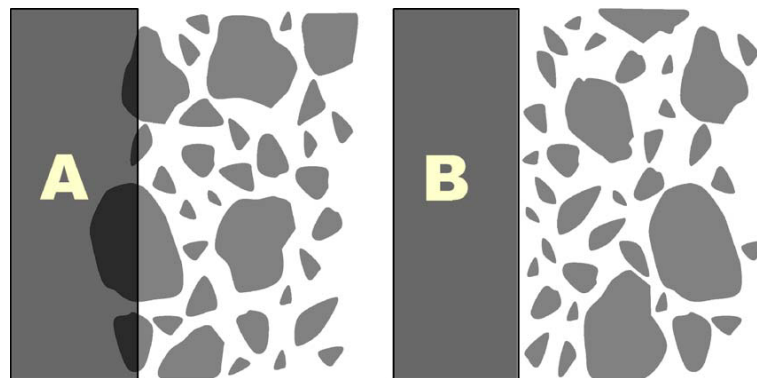
1.1 Úvod

Existenci ITZ (originálně „aureole de transition“) mezi zrnem kameniva a cementovou pastou publikoval v 50. letech minulého století Farran (1956). Od této chvíle jsou vlastnosti ITZ a její dopad na chování cementového kompozitu studovány z mnoha úhlů pohledu. V současnosti se existence zóny cementové pasty v blízkosti zrna kameniva s výrazně rozdílnou mikrostrukturou od cementové pasty dále od zrn stala obecně uznávaným paradigmatem v technologii betonu (Diamond – Huang, 1998).

Je dlužno také poznamenat, že ITZ netvoří pouze vrstvu na rozhraní cementové pasty a kameniva, ale tato vrstva se nachází rovněž na rozhraní výztuž–matrice. Ačkoliv tohle rozhraní není předmětem zájmu této diplomové práce a je ve většině případů studováno zejména z pohledu chemického, např. Gallias – Cabrillac (1998), dovoluje si autor upozornit na tuzemskou publikaci Kopecký et al. (2007). Publikace se zabývá ITZ mezi polyethylen-tereftalátovou (PET) výztuží a maticí a analyzuje mikromechanické vlastnosti pomocí techniky zvané nanoindentace doplněné o Ramanovskou spektrometrii. Přiblížení této zkušební techniky je obsahem kapitoly 2.2.

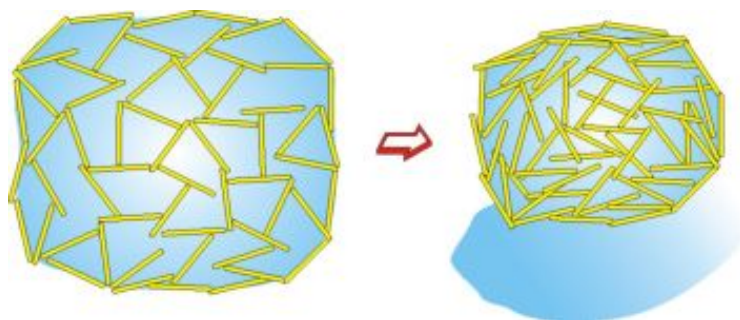
1.2 Teorie vzniku ITZ

Teorií o vzniku ITZ je mnoho a každá z nich má svá úskalí. Jedny z nejrozšířenějších a nejpoužívanějších jsou teorie Scrivener – Pratt (1986) a Scrivener et al. (2004). Scrivener et al. (2004) je rovněž popsána v mé bakalářské práci (Vyhlídal, 2016), nicméně si ji zde dovolím zopakovat. Dle této teorie náleží původ ITZ v narušení hromadění cementových zrn u povrchu kameniva, které se stává pro tato cementová zrna, velikosti cca 1–100 μm , malou zdí. Společně s efektem tzv. lokálního krvácení (z angl. *localised bleeding*), díky kterému dochází během vibrací betonu a jeho ukládání k akumulaci vody pod zrny kameniva, se tvoří mikrostruktura ITZ (Scrivener – Pratt, 1986). Jak poukazuje De Rooij et al. (1998), ITZ se současně nachází také nad zrny kameniva, a proto je třeba brát tyto teorie s rezervou.



Obr. 1.1: Narušení hromadění cementových zrn u povrchu kameniva, A – rozložení cementových zrn bez přítomnosti kameniva, B – narušení hromadění cementových zrn vlivem kameniva (Scrivener et al., 2004)

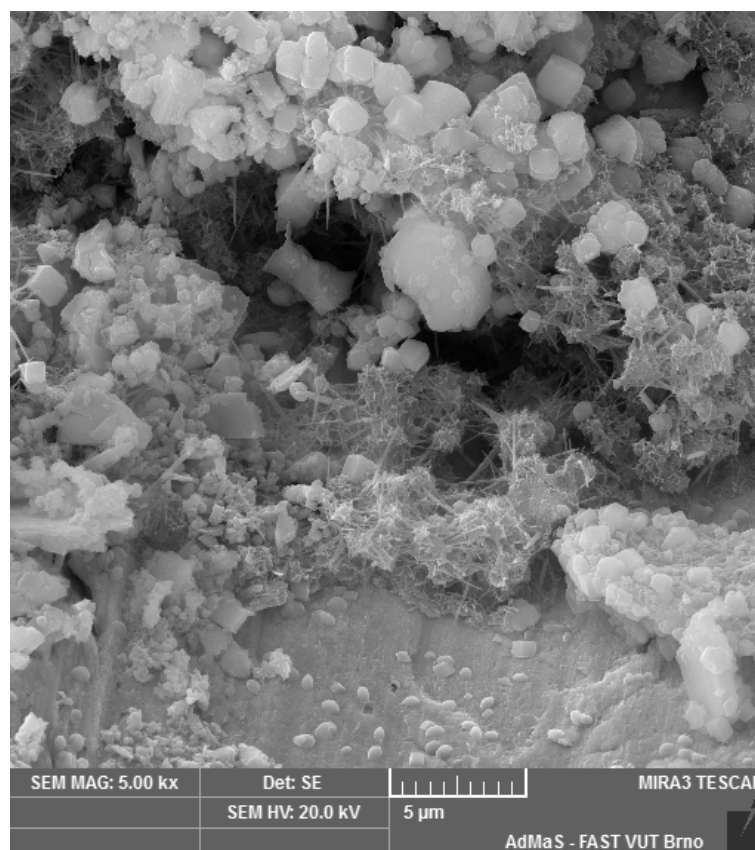
De Rooij et al. (1998) naopak představil teorii založenou na procesu stárnutí gelu, zvaném synereze. Synereze je „samovolné vytékání kapaliny z gelu, k němuž dochází v důsledku smršťování síťovité struktury při stárnutí gelu. Počet styčných bodů v gelu postupně roste a síťovitá struktura se poněkud smršťuje.“ (Bartovská – Šišková, 2005) Experimentem dokázal, že cementová pasta zformovaná do tvaru nízkého válce obklopeného plastovou fólií a překrytá oboustranně skleněnými pláty vykazuje podobné chování jako gel a dochází tedy k vytékání vody.



Obr. 1.2: Synereze (Bartovská – Šišková, 2005)

1.3 Mikrostruktura

Mikrostruktura ITZ je detailně popsána, včetně odkazů na jednotlivé autory, v publikaci De Rooij et al. (1998), a proto je autorem použita pro tvorbu tohoto oddílu. Jak již bylo zmíněno výše, mikrostruktura ITZ je výrazně odlišná od mikrostruktury okolní cementové pasty. V běžném Portlandském cementu je tato změna výrazná do vzdálenosti cca $50\text{ }\mu\text{m}$ od zrna kameniva. Na povrchu kameniva se vytvoří tenký povlak tloušťky $1\text{ }\mu\text{m}$, tzv. „*duplex film*“, sestávající z vrstvy hydroxidu vápenatého (CH) a tenké vrstvy krátkých vláken C-S-H gelu (Barnes et al., 1978). Další, kontaktní, vrstvu, tvoří především CH krystaly, které jsou orientovány kolmo k povrchu kameniva (Struble et al., 1980), (Zimbelmann, 1985). Zbylý prostor tvořící ITZ je vyplněn především šestiúhelníkovými CH krystaly tloušťky okolo $1\text{--}2\text{ }\mu\text{m}$ a shluky dlouhých ettringitových jehlic (Diamond, 1986). Příklad mikrostruktury ITZ mezi cementovou pastou a ocelovou inkluzí můžeme vidět na snímku z elektronového mikroskopu (obr. 1.3).



Obr. 1.3: Mikrostruktura v oblasti rozhraní cementová pasta–ocelová inkluze

1.4 Fyzikální vlastnosti

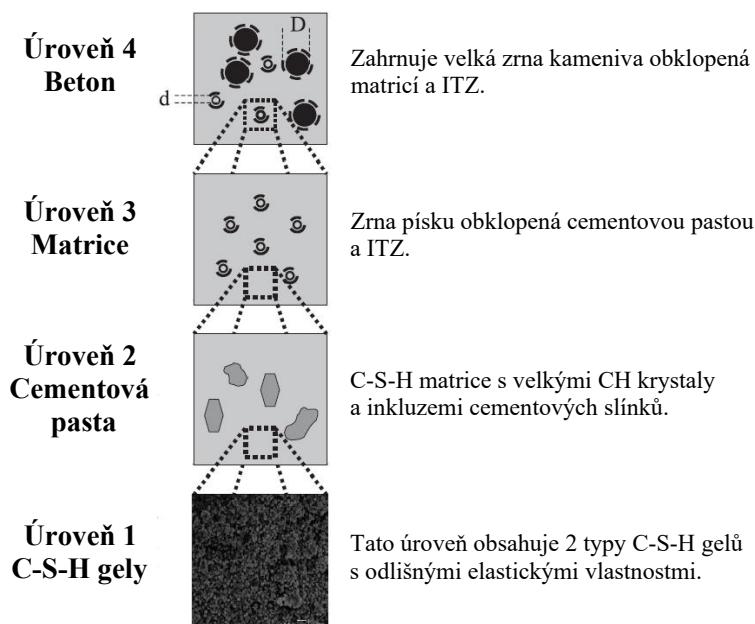
Jednou z nejvýznamějších vlastností ITZ je porozita. Je obecně známo, že ITZ je slabým článkem betonu, z čehož nám nutně vyplývá vyšší porozita. Porozita v této oblasti je 2–3-násobná v porovnání s matricí. Porozitu této vrstvy v poměru k porozitě okolní matrice stanovil na základě vlastního modelu Bourdette et al. (1995). Na základě tohoto modelu stanovil porozitu ITZ 2–3-násobně vyšší než porozitu okolní matrice, přičemž nejmarkantnější nárůst porozity je patrný v prvních 20 μm od povrchu kameniva. Výsledky jsou v dobré shodě s experimentálními výsledky uvedenými v práci Scrivener et al. (1987). Tato porozita je, jak již bylo popsáno výše, způsobena lokálním zvýšením vodního součinitele až o 0.05 [–]. Snížení vodního součinitele, a s tím související porozity, může být docíleno, mimo přidání superplastifikátorů, i vyšším obsahem částic písku (Scrivener et al., 2004). Je třeba zmínit, že porozita klesá se zráním betonu. V brzkých stádiích je tento jev přisuzován pokračující hydrataci nehydratovaných cementových zrn v důsledku vyššího obsahu vody okolo zrn kameniva. V delším časovém horizontu je důsledkem snížení porozity migrace iontů a s ní související ukládání hydrátů v oblasti ITZ (Bourdette et al., 1995).

Dalším velice důležitým faktorem ovlivňující trvanlivost betonu je vzájemné propojení pórů. V práci Scrivener – Nematì (1996) bylo prokázáno, za použití pene-trace Woodova kovu¹ tlakem 10.3 MPa a měřením pomocí SEM, že toto propojení je v oblasti ITZ mnohonásobně vyšší než v okolní matrici. Další, s porozitou úzce související, faktor je efektivní koeficient difuze chloridových iontů. Ten je v oblasti ITZ 6–12-násobně vyšší než u okolní matrice (Breton et al., 1992), (Bourdette et al., 1995).

¹Woodův kov je tavitelná slitina se složením 2.5 % Bi, 37.7 % Pb, 11.3 % Sn, 8.5 % Cd s teplotou tání 71.1–87.8°C, Youngovým modulem pružnosti 9.7 GPa a hustotou 9.4 g/cm³ (Bourdette et al., 1995).

1.5 Mechanické vlastnosti

Nejdůležitější pro tvorbu numerického modelu jsou mechanické vlastnosti (Youngův modul pružnosti E a Poissonovo číslo ν). Vzhledem k lokálnímu nárůstu porozity v oblasti ITZ je očekávána nižší hodnota modulu pružnosti této vrstvy. Nicméně, jak již bylo napsáno v oddílu 1.3, je ITZ tvořena více hydratačními produkty, tudíž je nutné tyto produkty identifikovat, zjistit jejich mechanické vlastnosti a pomocí vhodného schématu homogenizovat. Homogenizace probíhá v jednotlivých úrovních, jak lze vidět na obr. 1.4. Pomocí homogenizační techniky, zvané generalized self-consistent scheme (GSCS), odhadl Hashin – Monteiro (2002) modul pružnosti ITZ. Jeho hodnota se podle něj rovná 50 % hodnoty modulu pružnosti okolní matrice. Tyto výsledky jsou v dobré shodě s výsledky dosaženými autory Neubauer et al. (1996), kteří na základě svého modelu odhadují průměrnou hodnotu modulu pružnosti ITZ rovnu $1/3$ – $1/2$ modulu pružnosti okolní matrice.



Obr. 1.4: Čtyřúrovňová mikrostruktura cementových kompozitů dle Constantinides – Ulm (2004)

Experimentální ověření těchto předpokladů je možné pomocí techniky zvané nanoindentace, určující mikromechanické vlastnosti ze vztahů mezi silou zatlačení hrotu a hloubkou jeho vtisku. Více informací o této technice se čtenář dozví v kapitole 2, oddílu 2.2, zabývající se nanoindentací.

1.6 Metody modifikace

Jak již zde bylo několikrát napsáno, ITZ je považována, po přečtení předchozích odstavců jistě právem, za slabý článek betonu. Z tohoto důvodu je v současné době věnována pozornost metodám modifikace, jak tloušťky, tak i vlastností ITZ, zejména v oblastech vysokohodnotných (HPC) a vysokopevnostních (HSC) betonů. Jednou z hlavních metod modifikace je přidání materiálu obsahujícího částice s výrazně nižší velikostí (v řádech nm), než je velikost částic cementu (cca 10–100 μm). Tyto částice příznivě působí jako výplň pórů vzniklých v důsledku stěnového efektu, viz oddíl 1.2. Jedná-li se navíc o minerální aditiva, zaplnění pórů je doplněno modifikačním hydratačním procesem (Ollivier et al., 1995).

Nejčastěji používanou příměsí je křemičitý úlet (oxid křemičitý – SF). Tento materiál nepůsobí pouze jako mikrofiller, ale rovněž redukuje porozitu ITZ a vyšší lokální vodní součinitel v této oblasti (Goldman – Bentur, 1992). Závěrem ovšem autoři dodávají potřebu zabránit flokulaci (shlukování částic) použitím např. superplastifikátoru. Dalšími částicemi, které se užívají v HSC nebo HPC mohou být např. oxid hlinitý (Charles-Gibergues et al., 1989), styren-butadienový kaučuk (SBR) (Rossignolo, 2007) a další.

U poslední citované publikace se pozastavíme. Rossignolo (2007) se jako jeden z mála zabýval nejen dopadem ultrajemných částic na mechanické vlastnosti betonu, ale sledoval rovněž změnu v mikrostruktuře ITZ. Srovnávací betonové záměsi byly vyrobeny v poměru 1:1 (cement:kamenivo), vodní součinitel 0.4 a přídavek superplastifikátoru 1.5 % hmotnosti cementu. Další záměs již obsahovala přídavek (vždy v % hmotnosti cementu) křemičitého úletu, styren-butadienového kaučuku, příp. jejich kombinaci. Vzorky vyrobené z těchto záměsí byly testovány ve stáří 100 dnů použitím SEM v kombinaci s rentgenovým analyzátozem (EDX). Přídavkem 10 % SF dosáhl redukce tloušťky ITZ o 36 %, při použití 5 % SBR redukce o 27 % a 10 % SBR redukce o 36 %. Nicméně největší redukce tloušťky ITZ byla dosažena použitím obou těchto příměsí, konkrétně o 54 % (5 % SF a 10 % SBR) a 64 % (10 % SF a 10 % SBR).

Shrnutí

V této kapitole jsme se pokusili, pokud možno stručně, přiblížit hlavní teorie zabývající se vznikem ITZ, jejími vlastnostmi a metodami modifikace. Doufáme, že z výše uvedeného je zřejmé, že se nejedná o diskrétní oblast, ale o oblast přechodu, která je navíc vysoce heterogenní, což tento problém značně komplikuje. I přesto je tato oblast jednou z nejdůležitějších oblastí v betonu a je tedy žádoucí se jí dále zabývat.

2 METODY MĚŘENÍ VLASTNOSTÍ ITZ

Jelikož se v této práci vyskytují snímky mikrostruktury ITZ, pořízené Ing. Patrikem Bayerem, Ph.D. pomocí rastrovacího elektronového mikroskopu, bylo by vhodné v této kapitole přiblížit čtenáři tuto technologii a uvést základní fyzikální principy, jichž je využíváno při zobrazení mikrostruktury.

Další oddíl bude věnován relativně nové technice nanoindentace, která umožňuje určit mechanické vlastnosti (modul pružnosti, tvrdost, plastické nebo viskózní parametry) velmi malých objemů, např. zde studované oblasti ITZ, z odečtu hloubky vtisku hrotu a hodnoty síly nutné k jeho zatlačení.

2.1 Elektronová mikroskopie

Technologie elektronové mikroskopie je podrobně popsána například v bakalářské práci Vencelides (2016) nebo učebním textu Kubínek et al. (2011), z nichž bylo při tvorbě této podkapitoly čerpáno.

2.1.1 Úvod

Elektronové mikroskopy, na rozdíl od těch optických, využívají ke zobrazení elektronů. Prvním krokem ke stvoření elektronového mikroskopu bylo popsání elektronu Josephem Johnem Thomsonem v roce 1897. Druhým krokem bylo vyslovení principu duality částic a vlnění, které učinil Louis de Broglie v roce 1925. Tento princip znamená, že „*rychle letící částice mají nejen korpuskulární (částicový), ale i vlnový charakter*“. De Broglie za tento objev získal v roce 1929 Nobelovu cenu za fyziku. Tyto dva nejdůležitější objevy poté vedly k první konstrukci elektronového mikroskopu. Tuto konstrukci představil tým vedený Maxem Knollem a Ernstem Ruskou v roce 1932. Nicméně, Nobelovu cenu za fyziku, resp. polovinu ceny, získal Ernst Ruska až v roce 1986 za „*zásadní práci v elektronové optice a za konstrukci prvního elektronového mikroskopu*“ (Nobelprize.org, 2014).

Tehdejší Československo ovšem nikterak nezaostávalo za ostatními a dokázalo držet krok s vývojem a výrobou elektronových mikroskopů především zásluhou Ústavu teoretické a experimentální elektrotechniky FEKT VUT v Brně (tehdy Vysoké školy technické Eduarda Beneše). Jednalo se o kolektiv utvořený kolem prof. Aleše Bláhy a Armina Delonga, pozdějšího ředitele Ústavu přístrojové techniky Československé akademie věd (Tiskové zprávy VUT, 2015).

2.1.2 Rozdělení elektronových mikroskopů

Základní dělení elektronových mikroskopů je následující:

1. **Transmisní (prozařovací) elektronový mikroskop – TEM**

TEM zobrazuje vnitřní strukturu vzorku pomocí elektronů, které vzorkem procházejí. Z tohoto pohledu, jak bude ukázáno dále, je potřeba vyšší urychlovací napětí (v řádu stovek kV). Rovněž je třeba vzorky nařezat na velmi tenké řezy, aby elektrony byly schopné vzorkem projít.

2. **Rastrovací (skenovací) elektronový mikroskop – SEM**

SEM zobrazuje povrch vzorku na základě detekce sekundárních (**SE**) nebo zpětně odražených (**BSE**) elektronů. Odtud je zřejmé, že elektrony vzorkem neprocházejí, což znamená potřebu menšího urychlovacího napětí (v řádu desítek až desítek kV) spolu s absencí tvorby velmi tenkých řezů, na rozdíl od TEM.

Vzhledem k přítomnosti snímků vzniklých pomocí **SEM** v této práci bude dále probrán pouze tento druh elektronového mikroskopu.

2.1.3 Fyzikální principy

Pohybující se elektron (s rychlostí nižší než je rychlost světla) o kinetické energii $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = eU$ a hybností $p = mv$ má vlnovou délku rovnu:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

kde $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ je Planckova konstanta [J · s],
 $m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}$ je klidová hmotnost elektronu [kg],
 v je rychlost elektronu [m · s⁻¹],
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ je elementární náboj [C],
 U je urychlovací napětí [V].

Vzájemným dosazením a vyjádřením vlnové délky dostáváme závislost vlnové délky na aplikovaném urychlovacím napětí ve tvaru:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}} = \frac{1.226 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{U}}$$

Výše uvedený vzorec je platný pouze v případě, je-li rychlost elektronu výrazně menší, než je rychlost světla (cca $c = 3 \cdot 10^8$ m · s⁻¹). V opačném případě je třeba provést relativistickou korekci:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU \left(1 + \frac{eU}{m_0c^2}\right)}}$$

V případě této práce byly snímky pořízeny SEM a velikost urychlovacího napětí byla $U = 20 \text{ kV}$. Vyjádřením rychlosti ze vztahu pro kinetickou energii elektronu a dosazením $U = 20 \text{ kV}$ dostáváme rychlost elektronu rovnu:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \cdot 10^3}{9.109 \cdot 10^{-31}}} = 8.387 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Tato hodnota je 0.28 násobkem rychlosti světla, tzn. není nutná relativistická korekce. Výsledná hodnota vlnové délky byla výpočtem stanovena na $8.67 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$. Nicméně, pro srovnání byla vypočtena hodnota vlnové délky podle obou vztahů. Rozdíl v hodnotách byl $1.65 \cdot 10^{-4} \text{ nm}$. Vlnová délka přímo ovlivňuje rozlišovací mez elektronového mikroskopu, která se definuje jako vzdálenost dvou různých bodů, které je zařízení schopno rozpoznat jako dva body. Vzorec pro tuto mez odvodil německý fyzik Ernst Abbé:

$$d_{\min} = 0.61 \frac{\lambda}{n \sin \alpha}$$

kde λ je vlnová délka [m],

n je index lomu prostředí mezi objektivem a preparátem [-],

α je poloviční aperturní úhel čočky [rad].

2.1.4 Rastrovací elektronový mikroskop (SEM)

Na rozdíl od **TEM** je pomocí **SEM** dosaženo pseudo-3D obrazu. Samotný obraz vzniká, jak již sám název napovídá, bod po bodu, řádek po řádku, skenováním povrchu vzorku.

Hlavní částí elektronového mikroskopu je tubus, který obsahuje zobrazovací systém s čočkami, clonami a elektronovou tryskou, která je zdrojem elektronů. Konkrétní popis částí elektronového mikroskopu viz výše citovaná literatura. Vnitřní prostor tubusu tvoří vakuum, jehož hlavním důvodem je především zabránění srážek elektronů s molekulami vzduchu. Elektronová tryska tedy vytváří urychlený primární elektronový svazek, který při dopadu způsobí pružné i nepružné srážky s atomy vzorku. Pružným rozptylem vznikají zpětně odražené elektrony (**BSE**). **BSE** vznikají v podstatě návratem elektronů po coulombovské interakci s jádrem atomu. Tyto elektrony pronikají do větší hloubky než sekundární elektrony (**SE**) a jejich produkce je závislá především na středním protonovém čísle Z (místa tvořená těžšími prvky budou tvořit světlé oblasti a naopak). Oproti tomu, **SE** vznikají nepružnými procesy, mají nižší energii, vystupují z hloubky desítek nm a zobrazují tedy topografii povrchu.

Nep pružné procesy rovněž generují rentgenové záření. To vystupuje ze vzorku po dopadu elektronů s vysokou energií. Analýza rentgenového záření umožňuje provést prvkovou analýzu vzorku. Pokud primární urychlený elektron vyrazí elektron z atomu vzorku na některé vnitřní hladině, dojde k jeho obsazení elektronem z vyšší energetické hladiny, a rozdíl energií je vyzářen ve formě kvanta charakteristického rtg záření. **EDS** (Energy Dispersive Spectrometer) detektor na základě této energie vytvoří charakteristická spektra. Tyto energie jsou charakteristické pro každý chemický prvek, a tudíž jsou „snadno identifikovatelné“.

Snímky vzniklé detekcí **SE** a **BSE**, uvedené v této práci, byly pořízeny v centru AdMaS pomocí rastrovacího elektronového mikroskopu **TESCAN MIRA3 XMU**, viz obr. 2.1.



Obr. 2.1: Elektronový mikroskop MIRA3 XMU od firmy Tescan (2016)

Shrnutí

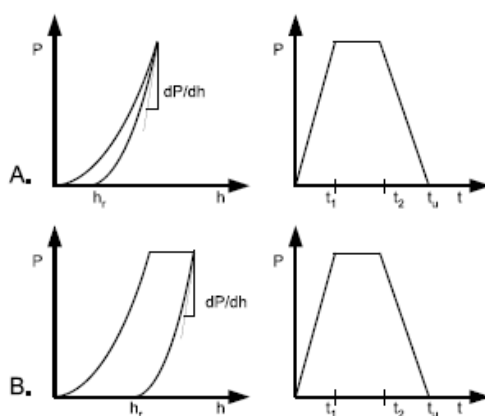
V této části byla, velmi stručně, nastíněna základní problematika elektronové mikroskopie a připomenut historický i současný význam VUT v tomto oboru. Vzhledem ke stručnosti tohoto oddílu byly vynechány oblasti zabývající se přípravou preparátů pro SEM, stavbou a fungováním elektronového mikroskopu, včetně detektorů apod. V případě zájmu lze nalézt informace ve výše citované literatuře Vencelides (2016), Kubínek et al. (2011).

2.2 Nanoindentace

Při studování problematiky nanoindentační techniky mi byla velmi nápomocna habilitační práce Němeček (2009) doc. Ing. Jiřího Němečka, Ph.D., a proto je při tvorbě toho oddílu čerpáno především z ní.

2.2.1 Podstata metody

Nanoindentace je pravděpodobně jedinou technikou, kterou lze využít ke stanovení mechanických vlastností velmi malých objemů materiálů, jejichž charakteristické hodnoty rozměrů jsou v rozsahu nm– μ m. Hlavní princip nanoindentace spočívá v měření penetrace (hloubky zatlačení) velmi malého hrotu do příslušného materiálu, resp. jeho komponent. Z těchto diagramů síla–hloubka penetrace lze vyčíslet Youngův modul, tvrdost, plasticitu nebo viskozitu materiálu. Samotné vyčíslení těchto parametrů probíhá dle teorií kontaktní mechaniky. Z výše uvedeného vyplývá, že nanoindentace poskytuje bodové odhady těchto parametrů a je tedy nutné ji, v případě heterogenních materiálů skládajících se z jednotlivých komponent, spojit s homogenizačními technikami, které jsou schopny zkoumanou oblast zhomogenizovat. Samotné zatěžování (závislost síla–čas) probíhá v závislosti na studovaném materiálu. U elasticko-plastických materiálů sestává zatěžování ze dvou kroků. Prvním je křivka zatěžovací a poté následuje křivka odlehčovací. Nicméně u materiálů plastických, vykazujících časově závislé chování (dotvarování), je zatěžovací cyklus doplněn o část konstantního zatížení, která nám umožňuje měřit dotvarování materiálu, resp. jeho komponenty. Tyto zatěžovací cykly jsou dobře viditelné na obr. 2.2. Zbytkové otisky lze zobrazit pomocí SEM nebo AFM (mikroskopie atomárních sil).



Obr. 2.2: Zatěžovací cyklus Němeček (2009) A. Síla–hloubka zatlačení a síla–čas pro elasto-plastický materiál, B. Síla–hloubka zatlačení a síla–čas pro visko-elasto-plastický materiál.

3 ANALÝZA ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

3.1 Základní vztahy mechaniky kontinua

Odvození těchto vztahů je součástí mé bakalářské práce Vyhlídal (2016), a proto tato odvození zde již nebudu uvádět. Nicméně pro zopakování zde uvádím základní vztahy (Salajka, 2015).

K popisu chování tělesa používáme tři pole a to:

1. Pole posunutí,
2. Pole deformací,
3. Pole napětí.

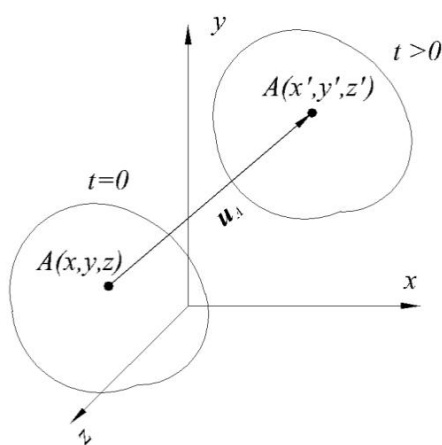
Pole posunutí

Pole posunutí je určeno složkami vektoru posunutí $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z\}^T$, kde

$$\mathbf{u}_x = \mathbf{u}_x(x, y, z, t) = x' - x \text{ [m]},$$

$$\mathbf{u}_y = \mathbf{u}_y(x, y, z, t) = y' - y \text{ [m]},$$

$$\mathbf{u}_z = \mathbf{u}_z(x, y, z, t) = z' - z \text{ [m]}.$$



Obr. 3.1: Pole posunutí (Salajka, 2015)

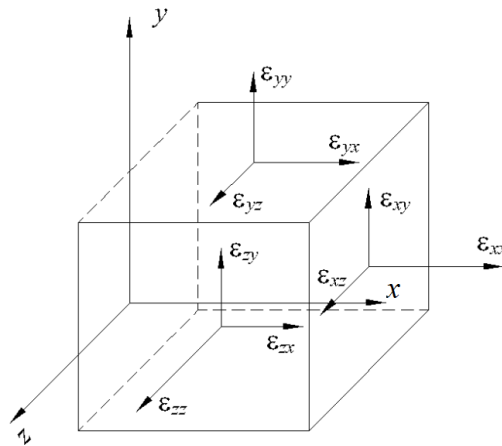
Pole deformací

Pole deformací je určeno mírou deformace elementárního šestistěnu na jednotku délky a popsáno vektorem složek deformací $\varepsilon = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}\}^T$, kde

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ jsou poměrné délkové deformace $[-]$, odpovídající translaci,

$\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$ jsou poměrné úhlové deformace $[-]$, odpovídající rotaci,

přičemž platí, že $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz}$.



Obr. 3.2: Pole poměrných deformací znázorněné na elementárním šestistěnu (Sallajka, 2015)

Pole napětí

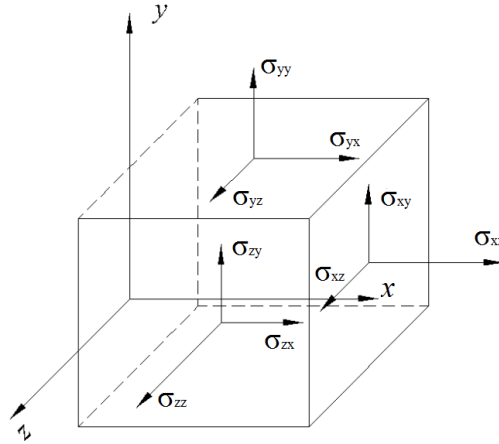
Pole napětí je popsáno, podobně jako pole deformace, vektorem složek napětí $\sigma = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}^T$, kde

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ jsou normálová napětí $[\text{Pa}]$, způsobující délkové změny,

$\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ jsou tečná napětí $[\text{Pa}]$, způsobující tvarové změny,

přičemž platí věta o vzájemnosti smykových napětí:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \sigma_{yz} = \sigma_{zy}, \sigma_{zx} = \sigma_{xz}.$$



Obr. 3.3: Pole napětí znázorněné na elementárním šestistěnu (Salajka, 2015)

Základní rovnice v teorii lineární pružnosti

Cauchyho rovnice rovnováhy

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} &= 0, \\
 \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Geometrické rovnice

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Fyzikální rovnice

Pro pole deformací:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \nu) \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Pro pole napětí:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \cdot \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Podmínky kompatibility

Jak již sám název napovídá, jsou-li tyto rovnice splněny, zůstává těleso po deformaci spojitě. Omezíme-li se pouze na stav rovinné deformace, využitý v tomto dokumentu, redukují se rovnice na tvar:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

3.2 Rovinná deformace (RD)

Vzhledem k využití tohoto typu rovinné úlohy při výpočtech v této diplomové práci zde uvedme alespoň základní předpoklady:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_x &= \mathbf{u}_x(x, y), \\ \mathbf{u}_y &= \mathbf{u}_y(x, y), \\ \mathbf{u}_z &= 0.\end{aligned}$$

Z těchto úvah vyplývá, že:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{zz} &= 0, \\ \varepsilon_{yz} &= 0, \\ \varepsilon_{zx} &= 0.\end{aligned}$$

Odpovídající složky tenzoru napětí lze zjistit dosazením výše uvedených rovnic do rovnic fyzikálních:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{(1 - \nu^2)} \cdot (\varepsilon_{xx} + \nu \cdot \varepsilon_{yy}), \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{(1 - \nu^2)} \cdot (\nu \cdot \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}), \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{2(1 + \nu)} \cdot \varepsilon_{xy}, \\ \sigma_{zz} &= \nu \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}).\end{aligned}\tag{3.6}$$

Stěnová rovnice

Při odvození stěnové rovnice vycházíme z rovnice kompatibility 3.5. Dosadíme-li za složky tenzoru deformace složky tenzoru napětí v souladu s fyzikálními rovnicemi 3.3 a vyjádříme-li smykové napětí σ_{xy} z Cauchyho rovnic rovnováhy 3.1, dostáváme vztah:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial y^2} = 0 \quad (3.7)$$

Vyjádříme-li složky tenzoru napětí pomocí Airyho funkce napětí $F(x, y)$:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (3.8)$$

dostáváme již známou stěnovou (biharmonickou) rovnici:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0. \quad (3.9)$$

Odvození, včetně jednotlivých mezikroků, lze nalézt např. v Brožovský – Materna (2012).

Stěnová rovnice v polárním systému souřadnic

Transformací rovnic 3.8 do polárního systému souřadnic, viz např. (Dický et al., 2006), dostáváme:

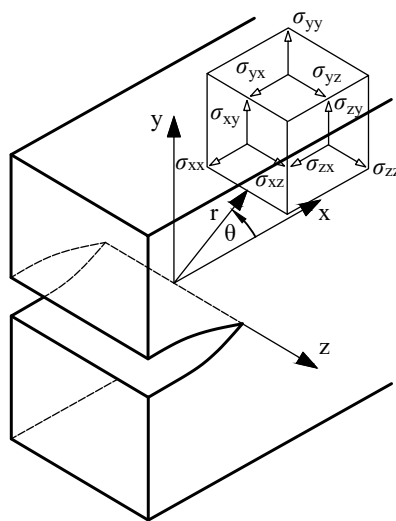
$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}, \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta \partial r}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

kde Φ je Airyho funkce napětí v polárních souřadnicích. Samotná biharmonická rovnice 3.9 přechází do tvaru

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

3.3 Úvod do lineární elastické lomové mechaniky

Lineární elastická lomová mechanika, dále pouze LELM, je budována od roku 1921 (Griffith, 1921). Zabývá se studiem pole napětí v okolí vrcholu trhliny pro případ homogenního, izotropního a lineárně pružného materiálu, tzn. platí Hookeův zákon. Současně je platnost omezena splněním předpokladu dostatečně malé plastické zóny v blízkosti čela trhliny. Tato musí být dostatečně malá ve srovnání s rozměry tělesa a trhliny.



Obr. 3.4: Složky napětí v blízkosti vrcholu trhliny

Výpočet polí napětí (obr. 3.4) vychází z předpokladu platnosti rovnic rovnováhy 3.1, fyzikálních rovnic 3.4 a v neposlední řadě z podmínek kompatibility (spojitosti) 3.5. Jejich vzájemnou kombinací, dosazením a úpravami (viz oddíl 3.2) dostáváme stěnovou rovnici 3.9.

Metod řešení této biharmonické rovnice je jistě mnoho, nicméně nejznámějšími jsou řešení dle Muskhelishvili (1963) a Williams (1957).

Muschelišviliho řešení

Dle Muschelišviliho (Muskhelishvili, 1963) lze libovolnou biharmonickou funkci $F(x, y)$ vyjádřit pomocí dvou holomorfních funkcí $\Phi(\xi)$ a $\chi(\xi)$ komplexní proměnné $\xi = x + iy$:

$$F(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{\xi} \cdot \Phi(\xi) + \chi(\xi)], \quad (3.12)$$

kde Re označuje reálnou část výrazu a $\bar{\xi} = x - iy$ je komplexně sdružené číslo k $\xi = x + iy$.

Na funkci $F(x, y) \equiv F(\xi)$ jsou kladeny další požadavky, konkrétně splnění Cauchyho-Riemannových podmínek:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \operatorname{Re} F}{\partial x} &= \frac{\partial \operatorname{Im} F}{\partial y} = \operatorname{Re} \frac{\partial F}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \operatorname{Im} F}{\partial x} &= -\frac{\partial \operatorname{Re} F}{\partial y} = \operatorname{Im} \frac{\partial F}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Složky tenzoru napětí jsou poté, s využitím výše zmíněných rovnic, vypočteny ze vztahů 3.8. Samotné odvození a vyjádření výše zmíněných rovnic lze nalézt např. v Kunz (2005). V celé řadě řešení rovinných úloh lze stanovit složky tenzoru napětí pomocí jedné holomorfní funkce komplexní proměnné ξ . Tento postup navrhl Westergaard (1939) a je speciálním případem Muschelišviliho řešení (Kunz, 2005).

Více informací o problematice řešení úloh rovinné pružnosti pomocí komplexních potenciálů lze nalézt např. v pracích Kunz (2005), Padělek (2010) nebo Vlk – Florian (2007).

Williamsovo řešení

Naproti tomu Williams (1957) využívá nekonečné řady ve tvaru:

$$\Phi(r, \theta) = \sum_k A_k r^{\lambda_k+1} F_k(\theta, \lambda), \quad (3.14)$$

kde r, θ jsou polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny,
 A_k konstanty,
 $F_k(\theta, \lambda)$ jsou funkce úhlu θ vyjádřené pomocí goniometrických funkcí.

Tato rovnice musí splňovat okrajové podmínky vystihující volné (stress-free) líce trhliny. Pro trhlínu s úhlem rozevření 0° dostáváme vlastní rovnice ve tvaru

$$\sin(2\pi\lambda) = 0.$$

Řešením rovnice jsou vlastní čísla $\lambda = \frac{n}{2}$, pro $n = 1, 2, 3, \dots$. Ze vztahů 3.10 a 3.11 vyjádříme složky tenzoru napjatosti (obr. 3.4). Jejich následnou úpravou dostáváme

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cdot \frac{n}{2} \right) \cdot r^{\frac{n}{2}-1} \cdot f_{ij}(n, \theta), \quad (3.15)$$

kde r, θ jsou polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny [m, rad],
 A_n jsou koeficienty namáhání [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{1-\frac{n}{2}}$],
 n značí index členu nekonečné řady [-],
 $f_{ij}(n, \theta)$ jsou funkce úhlu θ vyjádřené pomocí goniometrických funkcí [-].

Pro popis napětí v blízkém okolí vrcholu trhliny ($r \rightarrow 0$) lze zanedbat vyšší členy nekonečné řady. Výrazy pro popis pole napětí a posunutí jsou poté tvořeny pouze prvním (singulárním) členem a druhým (konstantním) členem rozvoje. V LELM se koeficient koncentrace namáhání A_1 používá ve tvaru:

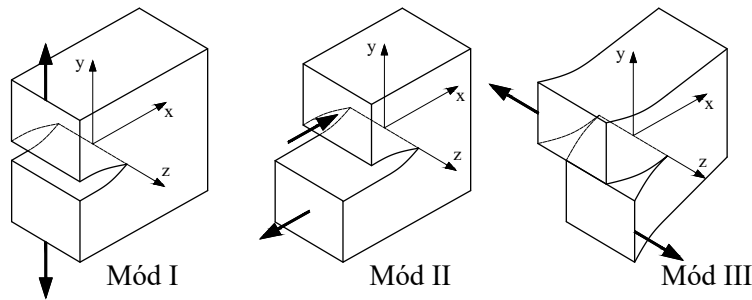
$$A_1 = \frac{K}{\sqrt{2\pi}}, \quad (3.16)$$

kde K , resp. K_c je tzv. součinitel intenzity napětí, resp. jeho kritická hodnota (viz oddíl 3.3.2) [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$].

Druhý člen rozvoje nekonečné řady A_2 , nazývaný T-napětí, se využívá ve dvou-parametrové lomové mechanice a vyjadřuje míru constraintu („stísnění“). T-napětí není předmětem této práce, a proto se autor odkazuje na např. Vlk – Florian (2007).

3.3.1 Módy zatížení

Pro řešení napjatosti v blízkém okolí čela trhliny s výhodou používáme principu superpozice. Výsledné řešení je dáno superpozicí (součtem) základních módů namáhání. Tyto tři módy (Irwin, 1957) se liší orientací vnějšího zatížení a směrem vzájemného pohybu obou lící lomu. Pro analýzu pohybu lící lomu zavedme následující značení složek vektoru posuvu $\mathbf{u} = \{u, v, w\}^T$ ve směru os x, y, z dle obr. 3.4.



Obr. 3.5: Zatěžovací módy tělesa s trhlinou

- **Mód I** – tahový – tahové napětí působí kolmo k rovině trhliny. Růst trhliny je řízen tahovou složkou tenzoru napětí σ_{yy} .

$$u(x, -y, z) = u(x, y, z), \quad v(x, -y, z) = -v(x, y, z), \quad w = 0 \quad \text{pro RD.}$$

- **Mód II** – rovinný smykový – smykové napětí působí rovnoběžně s rovinou trhliny a zároveň kolmo k jejím čelům. Růst trhliny je řízen smykovou složkou tenzoru napětí σ_{xy} .

$$u(x, -y, z) = -u(x, y, z), \quad v(x, -y, z) = v(x, y, z), \quad w = 0 \quad \text{pro RD.}$$

- **Mód III** – antirovinný smykový – smykové napětí působí rovnoběžně s rovinou trhliny, ale kolmo k její podélné ose. Růst trhliny je řízen smykovou složkou tenzoru napětí σ_{yz} .

$$u(x, -y, z) = 0, \quad v(x, -y, z) = 0, \quad w(x, -y, z) = -w(x, y, z)$$

Nejdůležitějším a převažujícím módem zatížení tělesa se v technické praxi jeví tahový mód (mód I), a proto se dále budeme v této práci zabývat výhradně tímto.

3.3.2 Součinitel intenzity napětí

Součinitel intenzity napětí K_k , kde $k = \text{I, II}$ nebo III a odpovídá příslušnému módu zatížení (3.3.1), je v LELM jednou z nejdůležitějších mechanických veličin charakterizujících stav napjatosti v blízkém okolí vrcholu trhliny. Pole napětí před vrcholem trhliny v izotropním, lineárně elastickém materiálu mohou být popsány následujícími rovnicemi (Anderson, 2011):

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{\text{I}} = \frac{K_{\text{I}}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\text{I}}(\theta), \quad (3.17)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{\text{II}} = \frac{K_{\text{II}}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\text{II}}(\theta), \quad (3.18)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{\text{III}} = \frac{K_{\text{III}}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\text{III}}(\theta), \quad (3.19)$$

kde σ_{ij}^k jsou složky tenzoru napětí pro módy zatížení I, II, III [MPa],
 r je vzdálenost bodu od vrcholu trhliny [m],
 $f_{ij}^k(\theta)$ je funkce polárního úhlu θ [-],
 K_k je součinitel intenzity napětí módů zatížení I, II, III [MPa · m^{1/2}].

Pole napětí v případě složitějšího namáhání sestávajícího z více módů zatížení lze řešit samostatně pro jednotlivé módy I, II, III a následně využít principu superpozice:

$$\sigma_{ij}^{\text{celkové}} = \sigma_{ij}^{\text{I}} + \sigma_{ij}^{\text{II}} + \sigma_{ij}^{\text{III}}. \quad (3.20)$$

Jak již bylo napsáno, vyjádření pole napětí pomocí pouze prvního členu Williamsova rozvoje je platné pouze v blízkém okolí vrcholu trhliny, tzv. „*singularity-dominated zone*“ (Anderson, 2011).

Z výše uvedených rovnic vyplývají vztahy pro součinitel intenzity napětí módu I ve tvaru:

$$K_{\text{I}} = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot Y_{\text{I}}(a, W, L), \quad (3.21)$$

kde K_{I} je součinitel intenzity napětí [MPa · m^{1/2}],
 σ působící napětí [MPa],
 π Ludolfovo číslo [-],
 a délka iniciačního zářezu [m],
 $Y_{\text{I}}(a, W, L)$ tvarová funkce [-].

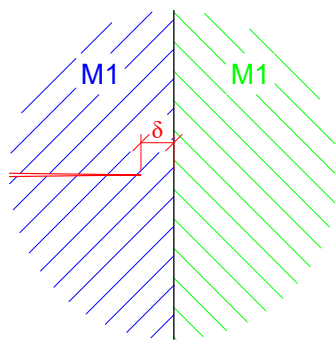
V případě nekonečně velkého tělesa s centrální trhlinou délky $2a$ je hodnota tvarové funkce rovna 1. Nicméně u reálného tělesa bude pole napětí v okolí čela trhliny ovlivněno konečnými rozměry tělesa (W, L).

Trhlina v blízkosti rozhraní dvou materiálů

Součinitel intenzity napětí je definován pro elastický, izotropní materiál, viz výše. V případě trhliny s vrcholem ve vzdálenosti δ od rozhraní (viz obr. 3.6) lze rozdělení napětí zapsat (Atkinson, 1975) (Chiang, 1991):

$$\sigma \approx \delta^{\lambda-\frac{1}{2}} \cdot r^{-\frac{1}{2}}, \quad (3.22)$$

kde δ je vzdálenost vrcholu trhliny od rozhraní [m],
 λ vlastní číslo [-].



Obr. 3.6: Trhlina blížící se k rozhraní

Hodnota vlastního čísla $\lambda = 1 - p$ je omezena na interval $(0; 1)$. V případě trhliny s vrcholem v těsné blízkosti rozhraní, tj. $\delta \rightarrow 0$, o velikosti napětí před vrcholem trhliny rozhoduje člen $\delta^{\lambda-\frac{1}{2}}$. V takovémto případě již nelze využít součinitele intenzity napětí K_k a je třeba přístupy LELM zobecnit (viz 3.4).

Lomová houževnatost

Kritická hodnota parametru K_k je označována jako lomová houževnatost K_{kc} , kde opět $k = \text{I, II, III}$ a odpovídá módům zatížení. Tato hodnota je považována za materiálový parametr, který slouží k identifikaci napjatosti v okolí čela trhliny. Při překročení této hodnoty, tedy pokud je $K_{Ic} \leq K_I$, dochází k nestabilnímu šíření trhliny. Pro tahový mód I dostáváme obecně známý vztah (Kunz, 2005)

$$K_{Ic} = \sigma_c \sqrt{\pi a_c} \cdot Y_I \left(\frac{a_c}{W} \right), \quad (3.23)$$

kde σ_c a a_c jsou velikosti vnějšího napětí a délky trhliny v okamžiku porušení.

Poznamenejme, že lomová houževnatost K_c nemusí být pouze funkcí geometrie, ale její hodnota může záviset např. na (Kunz, 2005):

Tloušťce tělesa U těles malé tloušťky bývá lomová houževnatost obvykle vyšší, jelikož zde převažuje stav RN, zatímco u těles větší tloušťky převažuje stav RD. Dalším vysvětlením, převážně u kompozitních materiálů, mohou být statistické teorie vlivu velikosti.

Teplotě Teplota má výrazný vliv především u kovových materiálů (viz značení ocelí dle hodnoty nárazové práce Charpyho kladivem – JR, JO, apod.). S rostoucí teplotou (v oblasti nízkých a středních teplot) lomová houževnatost obvykle roste.

Rychlosti deformace Se zvyšující se rychlostí zatížení (deformace) se u většiny materiálů zvyšuje i lomová houževnatost.

3.3.3 Stanovení hodnoty součinitele intenzity napětí

Hodnoty součinitele intenzity napětí lze určit metodami analytickými (viz odstavec 3.3), numerickými nebo experimentálními (Kunz, 2005). Použití analytických metod je vázáno na jednodušší případy rovinných úloh, kterou zde studovaný problém dozajista není.

U složitějších případů je nutno odhadnout hodnotu součinitele intenzity napětí numericky, obvykle metodou konečných prvků (MKP). Zde se vybízí řešení buď přímou metodou (Anderson, 2011), která je výpočetně jednoduchou metodou, ovšem je časově velmi náročná. Další možností je využití energetických přístupů, např. J-integrálu (Rice, 1968) (Shih et al., 1986) (v SW Ansys příkaz CINT) nebo využití *Faktoru hustoty deformační energie*, viz následující odstavec 3.3.4.

3.3.4 Faktor hustoty deformační energie

Sih (1973) využil při odvození kritéria stability hustoty deformační energie, která se, v případě lineárně elastického materiálu, rovná:

$$\frac{du}{dV} = \sum_{i,j} \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \sum_{i,j} \frac{1}{2} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}. \quad (3.24)$$

Předpokládejme úlohu RD (viz odstavec 3.2). Dosadíme-li za složky tenzoru deformace ε_{ij} vztahy 3.3 a nahradíme-li napětí σ_{ij} v nově vzniklých vztazích výrazy 3.17 a 3.18 (výraz 3.19 vzhledem k úloze RD vymizí), dostáváme vztah mezi hustotou deformační energie dU/dV a součinitelem intenzity napětí K_k ve tvaru kvadratické rovnice:

$$\frac{du}{dV} = \frac{1}{r} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2), \quad (3.25)$$

kde koeficienty a_{ij} jsou funkcí modulu pružnosti materiálu E , Poissonova čísla ν a polárního úhlu θ [vlivem tvarové funkce $f_{ij}^k(\theta)$]. Vyčíslení těchto konstant a kompletní odvození, z kterého autor rovněž čerpal, lze nalézt v Kunz (2005).

Faktor hustoty deformační energie \mathcal{S} je dán vztahem

$$\mathcal{S} = r \frac{du}{dV}. \quad (3.26)$$

Po dosazení rovnice 3.25 dostáváme vztah mezi \mathcal{S} a K_k ve tvaru

$$\mathcal{S} = (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2). \quad (3.27)$$

Předností faktoru hustoty deformační energie je jeho nezávislost, tedy v případě trhliny v homogenním materiálu, na radiální vzdálenost od vrcholu trhliny r . Další předností je možnost odhadu dalšího šíření trhliny ve směru, ve kterém je faktor hustoty deformační energie minimální. Matematicky vyjádřeno:

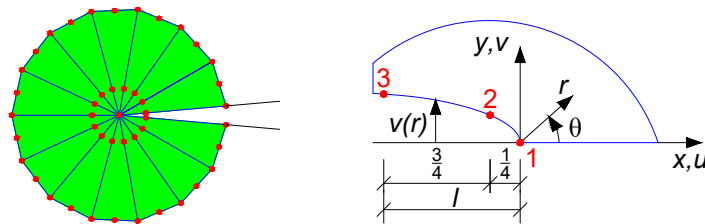
$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \theta} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial^2 \mathcal{S}}{\partial \theta^2} > 0. \quad (3.28)$$

Současně faktor hustoty deformační energie může sloužit také jako kritérium ztráty stability trhliny. K šíření trhliny dojde, je-li

$$\mathcal{S} \geq \mathcal{S}_c \quad (3.29)$$

3.3.5 Určení součinitele intenzity napětí v SW ANSYS

Pro určení součinitele intenzity napětí K_k využívá SW ANSYS (ANSYS Users guide) speciálních trhlinových prvků, které vytváří okolo vrcholu trhliny trojúhelníkovou radiální síť. Pro tyto prvky je charakteristický posun středových uzlů do $1/4$ délky prvku, čímž modelujeme singularitu napětí $r^{-\frac{1}{2}}$ (viz obr. 3.7).



Obr. 3.7: Radiální síť okolo vrcholu trhliny (vlevo), uzly používané pro aproximaci posunů

Součinitel intenzity napětí K_I , resp. K_{II} , je určen z posunů v_i , resp. u_i , jednotlivých uzlových bodů. Poznamenejme, že k určení součinitele intenzity napětí můžeme využít celého modelu nebo pouze jeho poloviny (viz obr. 3.7), jak bylo použito v 5.2.2. Omezíme-li se pouze na tahový mód I, dostáváme vztah pro K_I ve tvaru:

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \cdot \frac{E \cdot (8v_2 - v_3)}{3(1 + \nu)(1 + \kappa)}, \quad (3.30)$$

- kde K_I je součinitel intenzity napětí [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{-1/2}$],
 E modul pružnosti [MPa],
 v_i posun i -tého uzlu ve směru osy y (viz obr. 3.7) [m],
 l délka prvku (viz obr. 3.7) [m],
 κ parametr závisující na řešené úloze [-]:
 $\kappa = 3 - 4\nu$ pro RD,
 $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ pro RN.

Odvození výše zmíněného vzorce lze nalézt v příloze A.3.

Poznamenejme, že v softwaru ANSYS je posun uzlových bodů a tvorba radiální sítě okolo vrcholu trhliny skryta pod příkazem *KSCON*, zatímco samotný odhad K_I , resp. K_{II} , je příkazem *KCALC*.

3.4 Obecný koncentrátor napětí

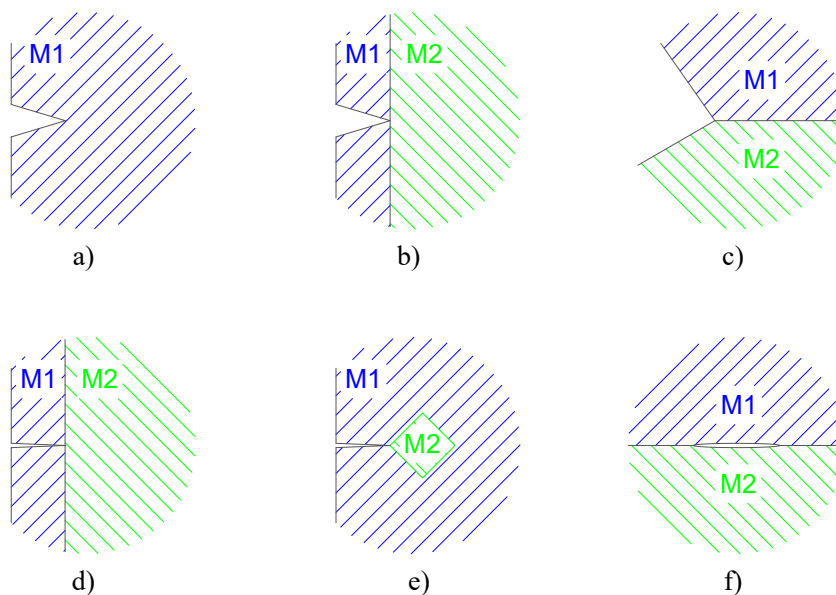
Problematikou obecných koncentrátorů napětí se zabývá kolektiv utvořený okolo prof. Knésly z ÚFM AVČR, v. v. i., a proto bylo při tvorbě tohoto oddílu čerpáno výhradně z jejich prací (Kněsl et al., 2007), (Klusák et al., 2007) a (Náhlík et al., 2008).

3.4.1 Úvod

Obecným koncentrátorem napětí označujeme geometrickou, materiálovou či jinou nespojitost, která v tomto tělese způsobuje singulární charakter napětí. Singulární charakter je popsán veličinou zvanou exponent singularity napětí p a napětí v okolí tohoto koncentrátoru lze zjednodušeně vyjádřit

$$\sigma_{ij} \approx \frac{1}{r^p}, \quad \text{pro } r \rightarrow 0. \quad (3.31)$$

Exponent singularity napětí p je obecně komplexní číslo, jehož reálná část leží v intervalu $(0; 1)$. Poznamenejme, že v případě trhliny v homogenním materiálu je $p = 1/2$. Zde je vhodné, před započítím dalšího textu, graficky uvést příklady obecných koncentrátorů napětí na obr. 3.8.



Obr. 3.8: Příklady obecných koncentrátorů napětí: a) V-vrub v homogenním materiálu, b) V-vrub s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, c) obecný vrub, d) trhlina s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, e) trhlina s vrcholem na povrchu inkluze, f) trhlina na rozhraní mezi dvěma materiály.

Pole napětí v okolí obecného koncentrátoru napětí je vlivem rozdílného exponentu singularity napětí odlišné od pole napětí v okolí vrcholu trhliny v homogenním materiálu. V takovémto případě již není možné použít poznatků LELM, ale je třeba jejich zobecnění. Pole napětí v okolí obecného koncentrátoru, vyjádřené pomocí prvního singulárního členu, přechází ve vztah:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\sqrt{2\pi}} r^{-p_k} F_{ijk}(\theta, M, \dots), \quad (3.32)$$

kde H_k je zobecněný součinitel intenzity napětí $[\text{MPa} \cdot \text{m}^{p_k}]$,
 $F_{ijk}(\theta, M, \dots)$ je funkce úhlu θ , materiálových vlastností a geometrie $[-]$.

Poznamenejme, že k ve výrazu H_k , kde $k = 1, 2$, neprezentuje příslušnost k danému módu zatížení tělesa s trhlinou, nýbrž prezentuje příslušnost k danému exponentu singularity napětí p_k .

3.4.2 Stanovení exponentu singularity napětí

Pro stanovení exponentu singularity napětí je využívána stěnová rovnice 3.11 definovaná v polárním souřadném systému. Airyho funkce napětí Φ_m , kde $m = 1, 2, 3$ odpovídá materiálům viz obr. , je zapsána ve tvaru nekonečné řady odpovídající rozvoji dle Williams (1957)

$$\Phi_m = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^{\lambda_k+1} F_k(\theta, \lambda_k), \quad (3.33)$$

kde Φ_m je Airyho funkce napětí v polárních souřadnicích,
 r, θ jsou polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny,
 A_k neznámé konstanty,
 λ_k vlastní čísla,
 $F_{km}(\theta, \lambda)$ jsou vlastní funkce úhlu θ a λ_k .

Dosazením 3.33 do biharmonické rovnice 3.11 dostaneme diferenciální rovnici 4. řádu pro výpočet vlastních funkcí F_m . Řešením rovnice jsou dva komplexně konjugované (komplexně sdružené) kořeny, které lze vyjádřit jako sumu dvou funkcí sinus a dvou funkcí cosinus s konstantami a_m, b_m, c_m, d_m . Pro 3 materiály (viz obr. 3.9) nyní máme $4 \cdot 3 = 12$ neznámých koeficientů a_m, b_m, c_m, d_m , kde $m = 1, 2, 3$, a jednu neznámou λ . Zavedením okrajových podmínek charakterizujících volné líce trhliny (4 podmínky)

$$\sigma_{1\theta\theta}(r, \pi) = \sigma_{1r\theta}(r, \pi) = \sigma_{3\theta\theta}(r, \pi) = \sigma_{3r\theta}(r, \pi) = 0,$$

dokonalou soudržnost mezi materiály, tzn. složky pole posunů a pole napětí jsou si na rozhraní rovny (8 podmínek)

$$\begin{aligned} u_{1r}(r, \Theta) &= u_{2r}(r, \Theta) & u_{3r}(r, \Theta - \pi) &= u_{2r}(r, \Theta - \pi) \\ u_{1\theta}(r, \Theta) &= u_{2\theta}(r, \Theta) & u_{3\theta}(r, \Theta - \pi) &= u_{2\theta}(r, \Theta - \pi) \\ \sigma_{1\theta\theta}(r, \Theta) &= \sigma_{2\theta\theta}(r, \Theta) & \sigma_{3\theta\theta}(r, \Theta - \pi) &= \sigma_{2\theta\theta}(r, \Theta - \pi) \\ \sigma_{1r\theta}(r, \Theta) &= \sigma_{2r\theta}(r, \Theta) & \sigma_{3r\theta}(r, \Theta - \pi) &= \sigma_{2r\theta}(r, \Theta - \pi), \end{aligned}$$

dostáváme soustavu 12 lineárních rovnic

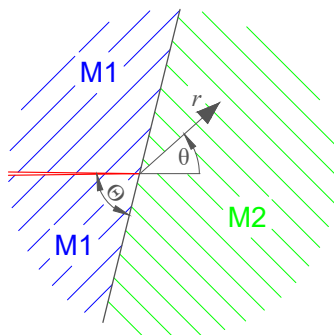
$$\mathbf{B}(\lambda)\mathbf{x} = 0, \quad (3.34)$$

kde $\mathbf{B}(\lambda)$ je matice systému a

\mathbf{x} je vektor neznámých koeficientů.

Neznámý třináctý parametr, vlastní číslo λ , je vyčíslen z podmínky netriviálního řešení, tj.

$$\det \mathbf{B}(\lambda) = 0. \quad (3.35)$$



Obr. 3.9: Trhlina na rozhraní dvou materiálů

3.4.3 Kritéria stability

V tomto odstavci bude ukázáno kritérium stability využívající střední hodnoty tangenciálního napětí. Budou tedy opomenuta ostatní kritéria stability používaná v případě obecných koncentrátorů napětí, jako např. „*Zobecněný faktor hustoty deformální energie* Σ “.

Kritérium středního napětí

Kritérium je založeno na střední hodnotě tangenciálního napětí okolo vrcholu trhliny:

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta}(\theta) = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) dr, \quad (3.36)$$

kde $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ je střední hodnota tangenciálního napětí [MPa],
 d rozměr oblasti integrace [m],
 $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ tangenciální napětí v okolí vrcholu trhliny [MPa],
 r, θ polární souřadnice [m, rad].

Zde ovšem nastává problém s určením oblasti d , přes kterou má být střední hodnota tangenciálního napětí stanovena. Doporučením je, aby oblast d byla volena jako např. velikost zrn materiálu, velikost plastické zóny apod. Tímto postupem jsme si objasnili jednu neznámou. Druhou neznámou v rovnici 3.36 je úhel θ . Zde využijeme předpokladu, který říká, že trhlina se bude šířit ve směru θ_0 , kde je $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ maximální

$$\left(\frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right)_{\theta_0} = 0 \quad \wedge \quad \left(\frac{\partial^2 \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} \right)_{\theta_0} < 0. \quad (3.37)$$

Máme tedy stanoven kontrolní parametr umožňující rozhodnout o šíření či nešíření trhliny. Nyní je tedy nutné stanovit kritickou hodnotu tohoto parametru. Pro trhlínu v homogenním materiálu je tangenciální napětí rovno

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}. \quad (3.38)$$

Integrací přes oblast d a dosazením za K_I jeho kritickou hodnotu K_{Ic} (lomovou houževnatost) dostáváme kritickou hodnotu středního napětí $\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ rovnu

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c} = \frac{2K_{Ic}}{\sqrt{2\pi d}}. \quad (3.39)$$

Samotné kritérium stability poté nabírá tvaru

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta} \geq \bar{\sigma}_{\theta\theta,c} \quad (3.40)$$

4 PŘÍPRAVA, VÝROBA A ZKOUŠENÍ TĚLES

Výroba, složení a zkoušení těles je součástí publikací Šimonová et al. (2017) a Vyhlídal et al. (2017).

4.1 Betonová tělesa

4.1.1 Míchání a zkoušení čerstvých malt

Pro účely vyhodnocení základních lomově-mechanických parametrů jemnozrnného kompozitu (tvořícího matrici) byly vyrobeny dvě cementové malty lišící se hodnotou vodního součinitele. Tyto malty byly vyrobeny dle ČSN EN 196-1 a jejich složení lze nalézt v tab. 4.1. Zpracovatelnost těchto malt byla ověřena sednutím kužele dle ČSN EN 1015-3. Objemová hmotnost byla stanovena dle ČSN EN 1015-6. Použité plnivo (křemičitý písek) má max. velikost zrna 2 mm, což odpovídá požadavkům ČSN EN 196-1. Jak dále můžeme z tab. 4.1 vyčíst, vodní součinitel kompozitu 09052017 (označení značí datum výroby DDMMYYYY) byl redukován přidáním superplastifikátoru SVC 4035, který, samozřejmě, příznivě ovlivnil také zpracovatelnost čerstvé směsi.

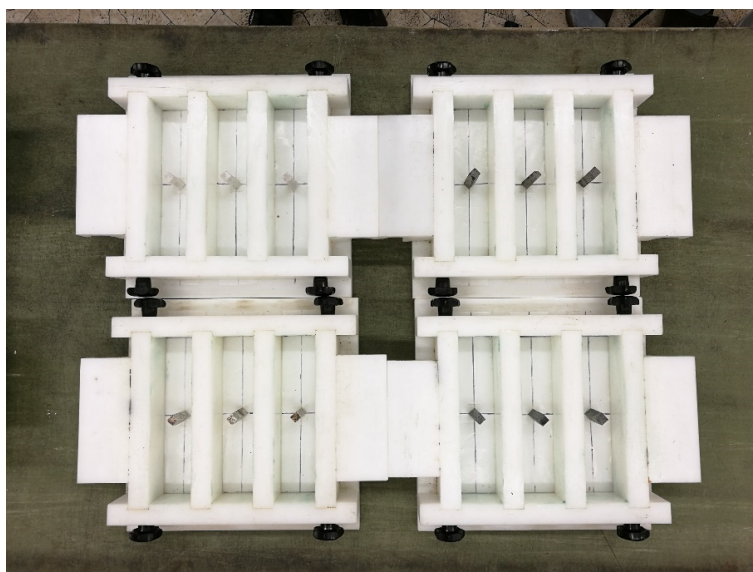
Složky	Jednotky	Označení kompozitu	
		04042016	09052017
Křemičitý písek	[kg]	45.9	45.9
Cement I 42.5 R	[kg]	15.3	15.3
Superplastifikátor SVC 4035	[% hmotnosti cementu]	–	1
Vodní součinitel	[–]	0.5	0.35
Zpracovatelnost	[mm]	140	135
Objemová hmotnost	[kg/m ³]	2200	2280

Tab. 4.1: Složení a objemová hmotnost čerstvého betonu

Pro výrobu zkušebních těles s inkluzí byla zvolena cementová malta s označením 09052017 z důvodu příznivějších lomově-mechanických parametrů.

4.1.2 Výroba a ošetřování těles

Z čerstvých malt byly vždy vyrobeny 3 zkušební trámce obsahující inkluzi o rozměrech $40 \times 40 \times 160$ mm (obr. 4.2) a 3 referenční zkušební trámce bez inkluze, které sloužily pro zjištění lomově-mechanických parametrů matrice. Samotné formy zajišťující výsledný tvar lze vidět na obr. 4.1. Inkluze o rozměrech $8 \times 8 \times 40$ mm byly ve formách upevněny uprostřed rozpětí pomocí oboustranné samolepící pásky. Zhutňování bylo prováděno opatrným propichováním, jelikož nešlo využít, vzhledem k netuhému upevnění inkluzí, vibračního stolku.

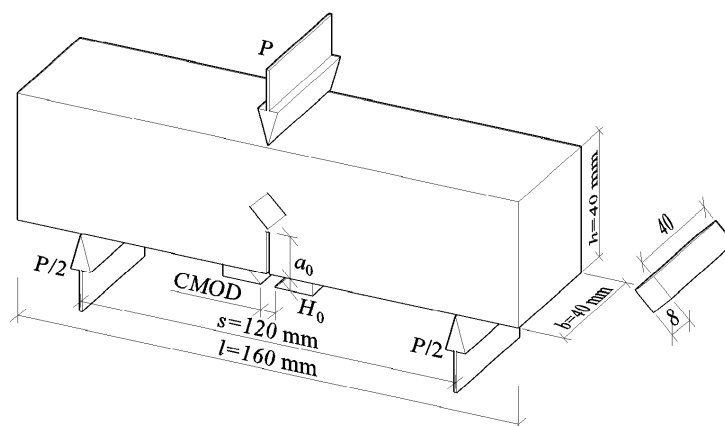


Obr. 4.1: Formy zajišťující výsledný tvar tělesa

Po zatuhnutí cementové malty byly tyto formy ponořeny do vodní lázně v místnosti s pokojovou teplotou (20 ± 5) °C, kde byla umožněna další hydratace a bylo tak rovněž zabráněno smršťování. Vzhledem k možnosti difuze CO_2 obsaženého ve vodě a jeho reakci s okolní matricí byla tělesa s inkluzí v oblasti těchto inkluzí překryta vrstvou vosku. Tento postup byl aplikován u těles se všemi inkluzemi mimo inkluze ocelové.

4.1.3 Zkoušky trámů

Lomové zkoušky byly provedeny v konfiguraci tříbodového ohybu trámce s centrálním zářezem (simulujícím trhlinu), jehož délka $a_0 = 12$ mm. Tento iniciační zářez byl vytvořen pomocí diamantové pily uprostřed rozpětí (viz obr. 4.2). Vzorky byly zkoušeny ve stáří cca 14 dní.



Obr. 4.2: Schéma trámce pro zkoušku tříbodovým ohybem (vlevo), tvar inkluze

Samotná zkouška probíhala v centru AdMaS za použití lisu Heckert FP 10/1 (obr. 4.3) s rozsahem 0–2 kN. Výstupem zkoušky byl soubor obsahující následující údaje:

- d – průhyb trámce uprostřed rozpětí, resp. jeho 2-násobek,
- $CMOD$ – otevření ústí trhliny,
- L – působící síla.

V tomto případě byl použit přípravek umožňující měření průhybu nepřímou, aby nedocházelo k zatěžování zkušebního tělesa v oblasti zářezu, a tím pádem k ovlivnění výsledků lomových testů. Zatěžování probíhalo konstantním přírůstkem deformace malé hodnoty, abychom redukovali dynamické účinky na minimum.



Obr. 4.3: Zkušební lis Heckert FP 10/1

4.2 Horninová tělesa

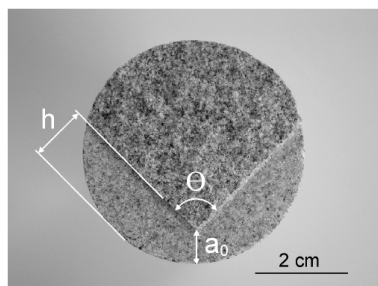
Horninová tělesa ve formě válců opatřených šípovým vrubem (viz obr. 4.4) byla zkoušena v Ostravě na Ústavu geoniky AV ČR, v. v. i.. Rozměry jednotlivých zkušebních těles lze nalézt v tabulce 4.2. Nutno poznamenat, že parametr h_0 vznikl jako průměr hodnot h_1 a h_2 .

	D [mm]	L [mm]	a_0 [mm]	S [mm]	h_0 [mm]	A_{lig} [mm ²]
Amfibolit	49.30	168.00	6.90	160.00	11.65	1266.29
Čedič	48.52	159.00	6.40	151.00	11.30	1234.63
Žula	49.30	170.00	6.40	164.00	11.40	1280.24
Mramor	48.40	174.00	6.70	161.00	11.65	1200.37

Tab. 4.2: Rozměry horninových těles

Význam symbolů je následující (viz obr. 4.4):

- D průměr zkušebního vzorku,
- L délka zkušebního vzorku,
- a_0 hloubka zářezu,
- S vzdálenost podpor,
- h_0 hloubka řezu v boku zářezu,
- A_{lig} plocha ligamentu.



Obr. 4.4: Šípový vrub (Vavro – Soucek, 2013)

Samotná zkouška probíhala v konfiguraci tříbodového ohybu. Zkušební tělesa byla zatěžována konstantním přírůstkem deformace 1 mm/min.

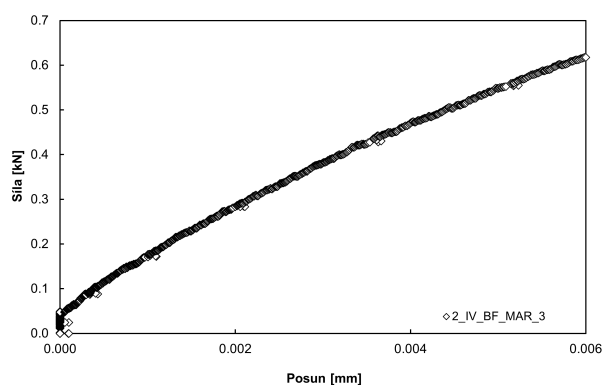
5 ÚPRAVA DAT A JEJICH VYHODNOCENÍ

V této kapitole bude probrána úprava zatěžovacích diagramů a jejich následné vyhodnocení až po získání lomově-mechanických parametrů.

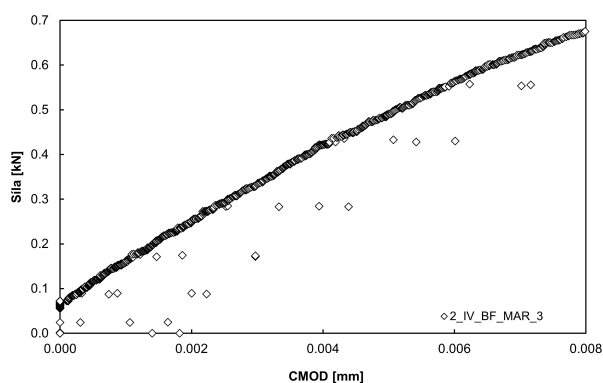
5.1 Úprava diagramů

V tomto oddíle se zaměříme na úpravu surových dat ze zatěžovacích zkoušek v programovacím jazyce Visual Basic (VBA) v programu MS Excel. Neupravená data obsahují značné množství dat balastních (např. ustanovení vzorku, způsobených využitím lisu na spodní hranici jeho použitelnosti apod.).

5.1.1 Původní data



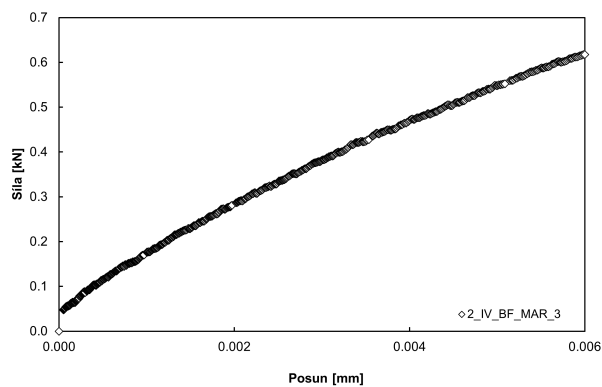
Obr. 5.1: Původní $L-d$ diagram – detail



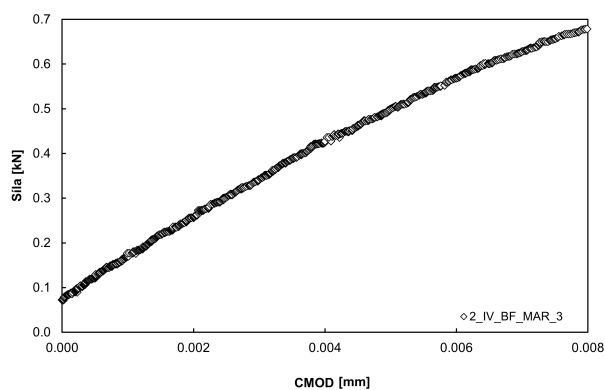
Obr. 5.2: Původní $L-CMOD$ diagram – detail

5.1.2 Úprava vzestupných částí

V tomto kroku šlo především o odstranění bodů způsobených ustanovením vzorku ve zkušebním zařízení a manipulaci s ním a v neposlední řadě také o odstranění vodorovných pásů bodů.



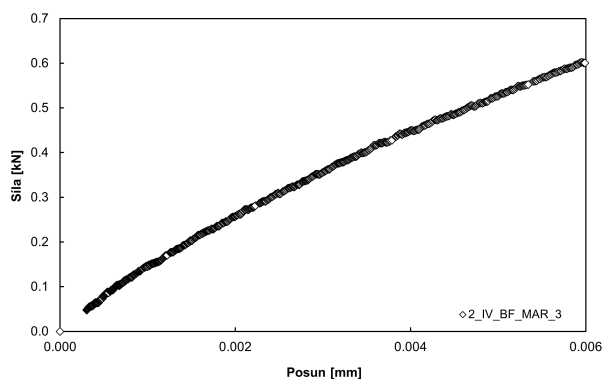
Obr. 5.3: Upravený L - d diagram – detail



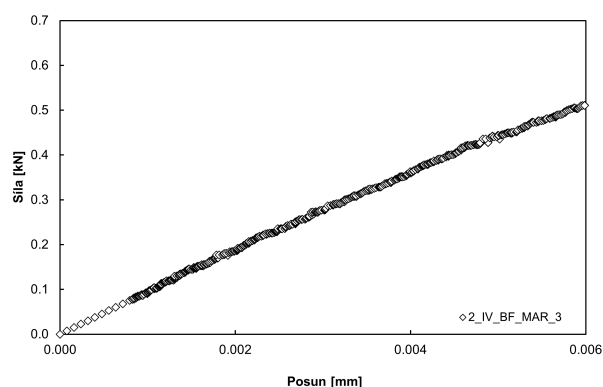
Obr. 5.4: Upravený L - $CMOD$ diagram – detail

5.1.3 Posun diagramů do počátku

Tato operace sestávala ze dvou podoperací. První operací tvořil posun grafu ve směru osy x (tedy ve směru d nebo $CMOD$), viz obr. 5.5. Druhou operací bylo doplnění bodů do počátku, viz obr. 5.6.

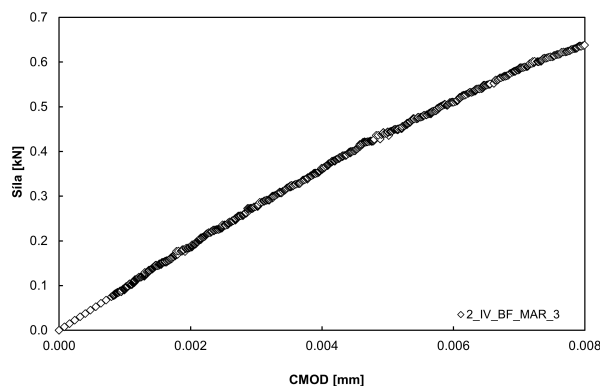


Obr. 5.5: Posun $L-d$ diagramu do počátku



Obr. 5.6: Doplnění bodů $L-d$ diagramu

Posun probíhal na základě aproximace několika prvních bodů odpovídajících zadaným hodnotám (L_{\min} a L_{\max}) přímkou dle metody nejmenších čtverců, která je implementována v programu MS Excel. Na základě rovnic těchto přímek byl zjištěn posun grafu ve směru osy x a tyto hodnoty byly přičteny k původním hodnotám posunů (d) a otevřením ústí trhliny ($CMOD$). Poté již stačilo, na základě rovnic těchto přímek, doplnit požadovaný počet bodů mezi počátek grafu (bod 0,0) a počátek zatěžovacího diagramu. Současně s úpravou $L-d$ diagramů probíhala, samozřejmě, úprava $L-CMOD$ diagramů (obr. 5.7). Vybraná makra vytvořená v programovacím jazyku VBA jsou uvedena v příloze A.2.

Obr. 5.7: Výsledný L - $CMOD$ diagram

5.2 Vyhodnocení diagramů

Vyhodnocení probíhalo dle LELM. Z upravených zatěžovacích diagramů L - d (síla–posun) a L - $CMOD$ (síla–otevření ústí trhliny) byly vypočteny následující parametry:

- W_F lomová práce [$N \cdot m$],
- G_F specifická lomová energie [$J \cdot m^{-2}$],
- K_{Ic} lomová houževnatost [$MPa \cdot m^{-1/2}$],
- E modul pružnosti [GPa].

5.2.1 Lomová práce W_F a specifická lomová energie G_F

Lomová práce W_F

Lomová práce je definována následujícím vztahem:

$$W_F = \int_0^d L dd, \quad (5.1)$$

kde L je síla,

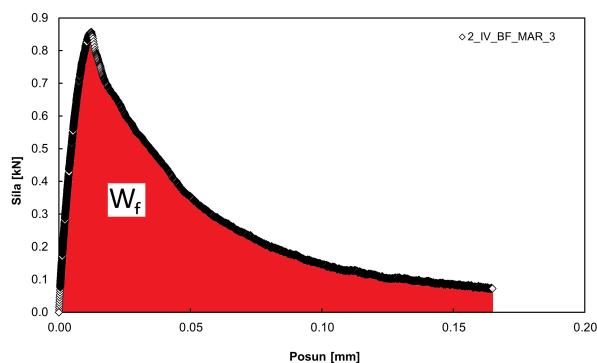
dd je infinitezimální přírůstek svislého posunu (průhybu).

Grafické znázornění výše zmíněného integrálu lze vidět na obr. 5.8.

Specifická lomová energie G_F

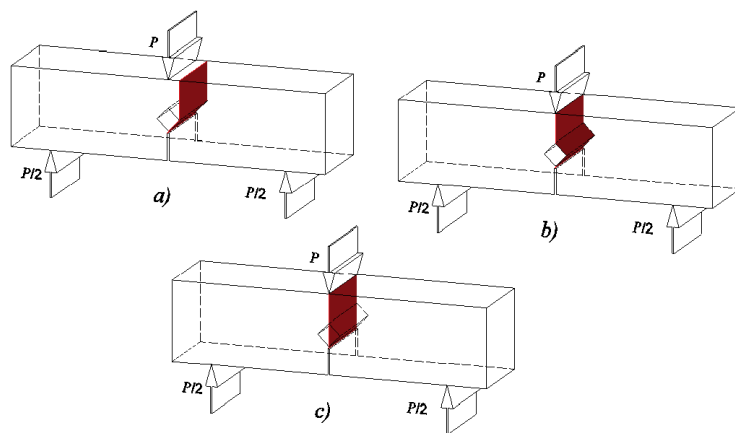
Specifická lomová energie je energie potřebná k vytvoření jednotkové plochy, resp. jednotkové délky trhliny:

$$G_F = \frac{W_F}{A_{lig}} \quad (5.2)$$

Obr. 5.8: Lomová práce–plocha pod křivkou L – d diagramu

kde A_{lig} je plocha ligamentu [m^2].

Způsoby porušení trámce s inkluzí můžeme vidět na obr. 5.9. Je zřejmé, že se jedná o plochy ideální. Nicméně beton, jak již bylo napsáno výše, je materiál kompozitní, tzn. skutečná lomová plocha nemá rovinný charakter, ale prostorový (dokonce fraktální). Z výše uvedeného vyplývá, že skutečná lomová plocha bude větší. Vzhledem k absenci zařízení umožňujícího stanovení velikosti této lomové plochy budou předpokládány plochy rovinné viz tab. 5.1.



Obr. 5.9: Způsoby porušení zkušebních těles

Způsob porušení	a)	b)	c)
$A_{\text{lig}} [\text{m}^2]$	1.21E-03	1.31E-03	1.12E-03

Tab. 5.1: Plochy ligamentu odpovídající způsobům porušení

5.2.2 Lomová houževnatost K_{Ic}

V tomto oddílu je uveden postup určení hodnoty lomové houževnatosti trámce s centrálním zářezem namáhaného tříbodovým ohybem bez inkluze.

$$K_{Ic} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} \cdot Y \left(\frac{a}{W} \right),$$

kde	K_{Ic}	je lomová houževnatost [MPa·m ^{-1/2}],
	σ_{\max}	maximální napětí [MPa],
	π	Ludolfovo číslo [-],
	a	délka iniciačního zářezu [m],
	$Y \left(\frac{a}{W} \right)$	tvarová funkce [-].

Maximální napětí u obdélníkového průřezu je, dle lineární teorie pružnosti, bez započítání vlivu smyku rovno:

$$\sigma_{\max} = \frac{6LS}{4BW^2}, \quad (5.3)$$

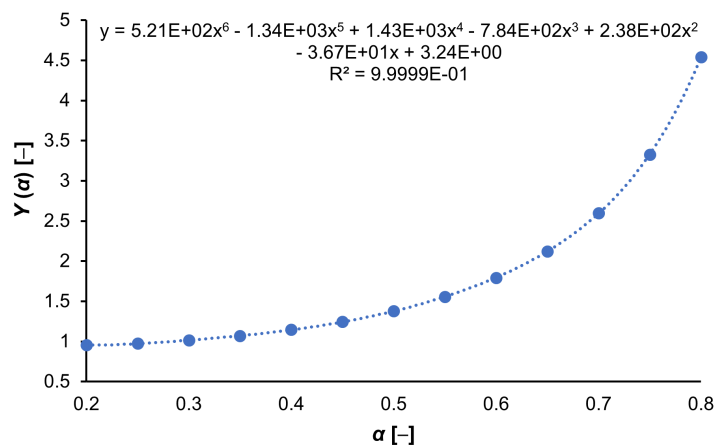
kde	L	je maximální zatížení [MN],
	S	vzdálenost teoretických podpor [m],
	B	šířka trámce [m],
	W	výška trámce [m].

V následujícím odstavci 5.2.2 je vyčíslena tvarová funkce $Y \left(\frac{a}{W} \right)$ závisující na okrajových podmínkách a geometrii zkušebního tělesa.

Tvarová funkce Y

Vyčíslení tvarové funkce bylo provedeno pomocí systému ANSYS (ANSYS Users guide), viz příloha A.1. S výhodou byl využit poloviční model trámce se zářezem. Výsledkem výpočtů byly hodnoty K_{Ic} pro jednotlivé délky trhliny. Aplikací vztahů 5.2.2 a vyjádřením tvarové funkce $Y \left(\frac{a}{W} \right)$ dostaneme hodnoty této funkce pro poměry $\alpha = \left(\frac{a}{W} \right)$.

Výsledná tvarová funkce lze vidět v grafu na obr. 5.10. Funkce splňuje požadavky na ni kladené, tj. především musí být rostoucí $\frac{\partial Y(\alpha)}{\partial \alpha} > 0$ a konvexní $\frac{\partial^2 Y(\alpha)}{\partial \alpha^2} > 0$.



Obr. 5.10: Tvarová funkce

5.2.3 Modul pružnosti

Modul pružnosti je převzat z programu StiCrack (Stibor, 2004).

5.3 Kontrola výsledků

Pro kontrolu vlastních výsledků byl využit program StiCrack (Stibor, 2004). Jak můžeme vidět v tabulkách níže pro vybrané vzorky, liší se výsledky max. o 1 %.

1_IV_BF_1	K_{Ic} [MPa.m ^{-1/2}]	W_F [N.m]	G_F [J.m ⁻²]
vl. program	0.566	0.070	62.794
sticrack	0.573	0.071	63.330
poměr	0.99	0.99	0.99

Tab. 5.2: Kontrola výsledků s programem StiCrack – 1_IV_BF_1

2_IV_BF_2	K_{Ic} [MPa.m ^{-1/2}]	W_F [N.m]	G_F [J.m ⁻²]
vl. program	0.589	0.052	46.167
sticrack	0.596	0.052	46.180
poměr	0.99	1.00	1.00

Tab. 5.3: Kontrola výsledků s programem StiCrack – 2_IV_BF_2

6 EXPERIMENTÁLNÍ PROGRAM

V této kapitole budou prezentovány výsledky zatěžovacích zkoušek trámců se zářezem hloubky $a_0 = 12 \text{ mm}$ s inkluzí (ozn. pořadí zkoušek_IV_BF_zkratka materiálu inkluze) nebo bez ní (ozn. pořadí zkoušek_IV_BF). Poznamenejme, že parametry K_{Ic}^* a E^* u těles s inkluzemi jsou tzv. zdánlivé hodnoty parametrů K_{Ic} a E , které nám dávají informaci o celkové odezvě zkušebního tělesa a stanoví se obdobným způsobem jako K_{Ic} a E matrice. Důvod lze nalézt v odstavci 3.3.2.

6.1 Matrice – jemnozrnný kompozit



Obr. 6.1: Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – matrice

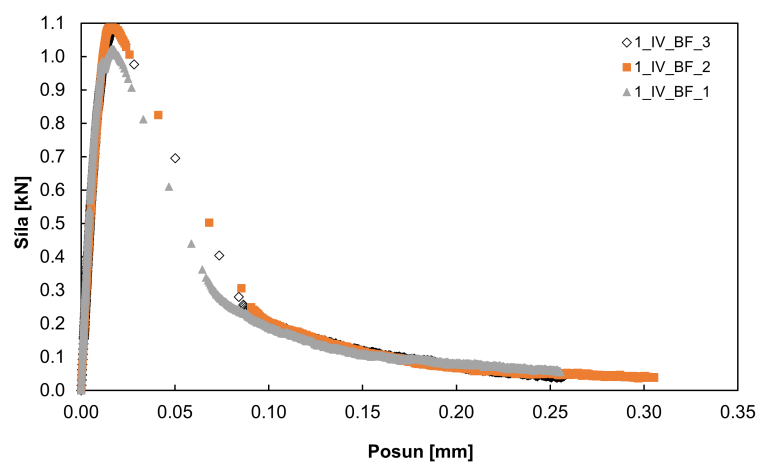
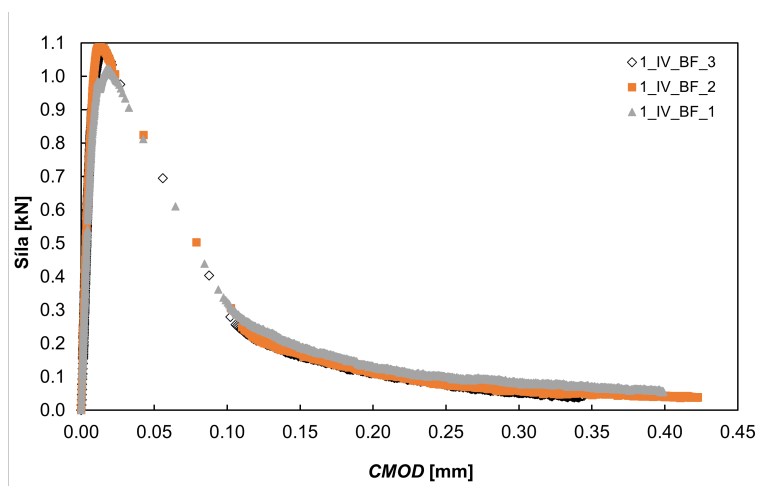
6.1.1 1. sada referenčních těles

Zkušební tělesa byla vyrobena společně s prvními tělesy s ocelovými inkluzemi a sloužila pro zjištění lomově-mechanických parametrů matrice.

	L_{\max} [kN]	K_{Ic} [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E [GPa]
1	1.02	0.57	0.0703	1.12E-03	62.79	47.4
2	1.09	0.60	0.0816	1.12E-03	72.84	40.7
3	1.08	0.60	0.0779	1.12E-03	69.52	42.7

Tab. 6.1: Lomově-mechanické parametry matrice 1_IV_BF

Zatěžovací diagramy

Obr. 6.2: Zatěžovací L - d diagramy 1_IV_BFObr. 6.3: Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 1_IV_BF

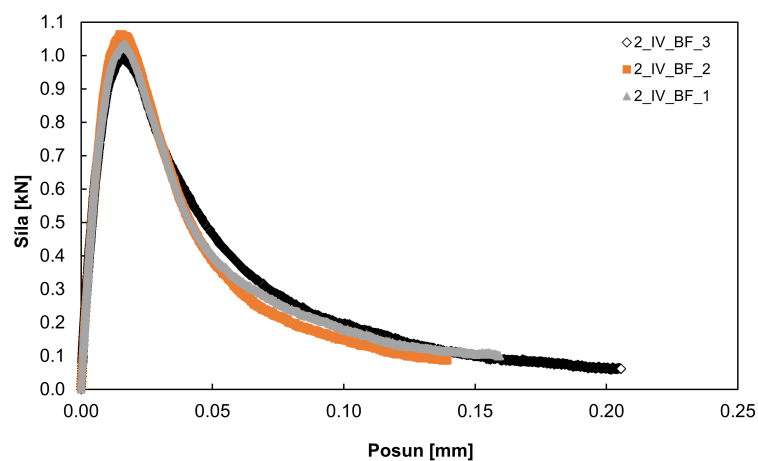
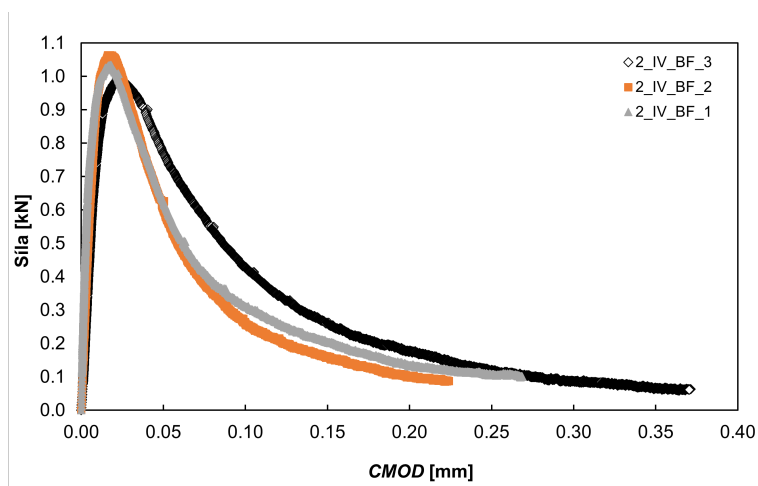
6.1.2 2. sada referenčních těles

Zkušební tělesa byla vyrobena společně s tělesy s horninovými inkluzemi. Jak lze pozorovat z grafů, jejich lomově-mechanické parametry jsou v dobré shodě s vzorky 1_IV_BF.

	L_{\max} [kN]	K_{Ic} [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E [GPa]
1	1.04	0.57	0.0564	1.12E-03	50.38	48.38
2	1.06	0.59	0.0517	1.12E-03	46.17	45.07
3	1.00	0.55	0.0619	1.12E-03	55.27	45.04

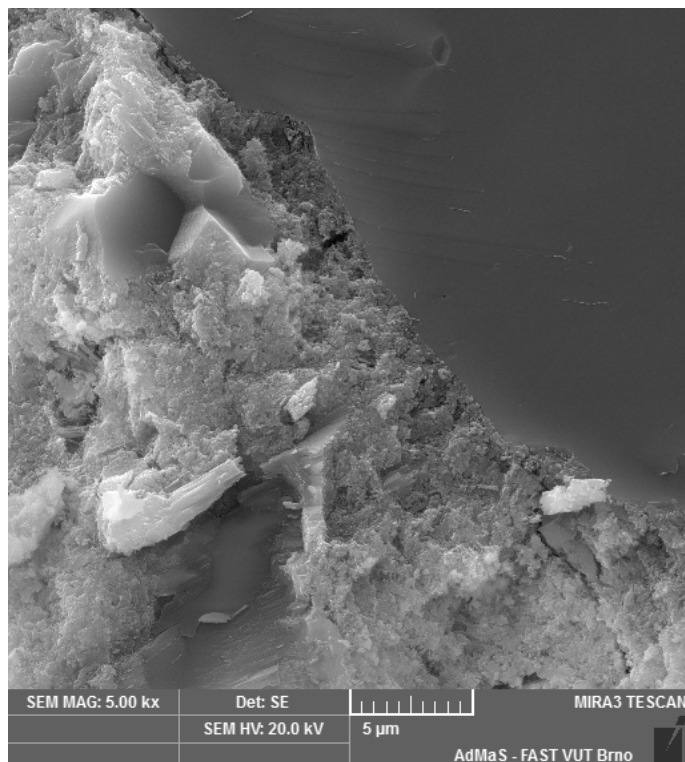
Tab. 6.2: Lomově-mechanické parametry matrice – 2

Zatěžovací diagramy

Obr. 6.4: Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BFObr. 6.5: Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF

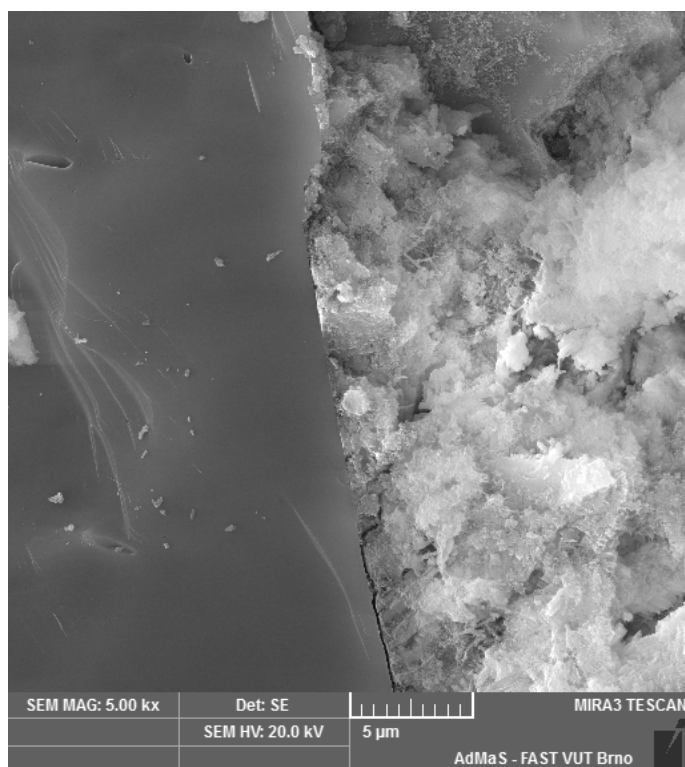
6.1.3 Mikrostruktura

Na snímku z elektronového mikroskopu 6.6 můžeme vidět mikrostrukturu matrice odpovídající svým složením kompozitu s označením 09052017 (tab. 4.1). Tato mikrostruktura je, díky použití superplastifikátoru, hutná, tvořená převážně C-S-H gely a v pravém horním rohu zrnem kameniva (normového křemičitého písku).



Obr. 6.6: Mikrostruktura matrice

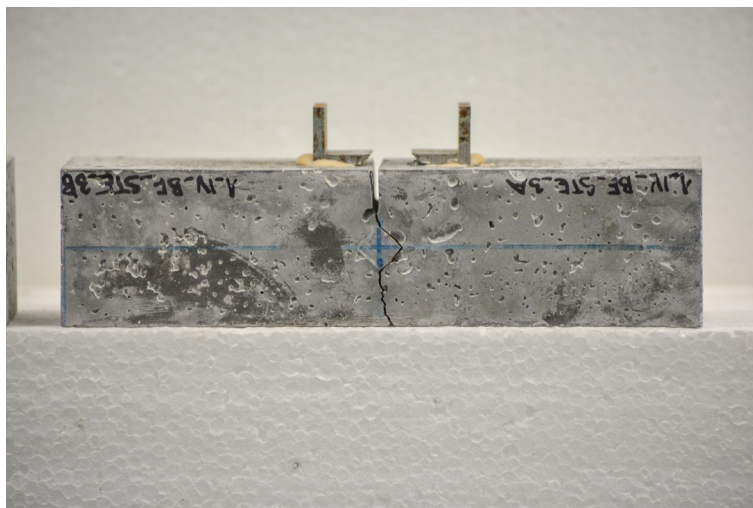
Kdybychom použili jako matrici kompozit s označením 04042016 (tab. 4.1), dostali bychom méně hutnou mikrostrukturu (viz snímek 6.7) s „horšími“ lomově-mechanickými vlastnostmi. Více informací a srovnání těchto dvou jemnozrnných kompozitů lze nalézt v Šimonová et al. (2017) a Vyhlídal et al. (2017).



Obr. 6.7: Mikrostruktura jemnozrnného kompozitu 04042016

6.2 Ocelová inkluze

Inkluze byla tvořena hranolem z oceli pevnostní třídy S235 (dřívější ozn. 11 373). Povrch inkluze byl, z důvodu zvýšení soudržnosti s okolní matricí, zdrsňen použitím rýh kolmých na inkluzi.



Obr. 6.8: Trámec po zkoušce tříbodovým ohybem – ocelová inkluze

Přehled hodnot lomově-mechanických parametrů materiálu inkluze lze nalézt v tab. 6.3.

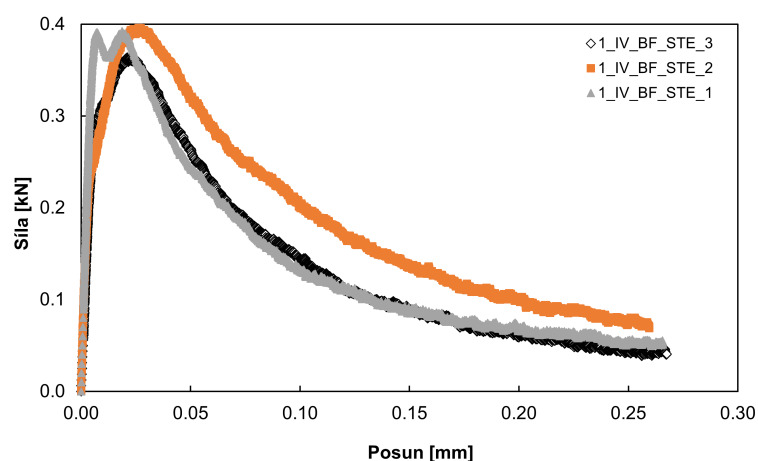
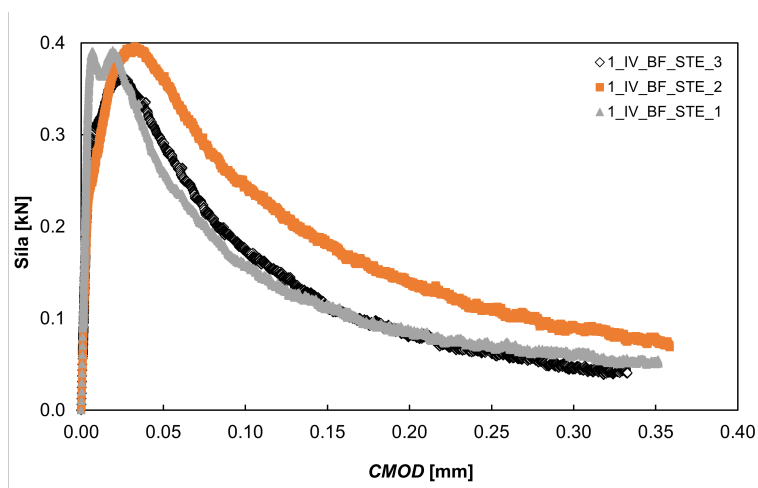
Materiál	E [GPa]	ν [-]	K_{Ic} [MPa·m ^{1/2}]
Ocel S235	210	0.3	cca 26

Tab. 6.3: Materiálové vlastnosti ocelové inkluze

6.2.1 Zatěžovací diagramy

V grafech na obr. 6.9 a 6.10 můžeme zpozorovat, že vzestupná větev u těles č. 2 a 3 sestává přibližně ze dvou lineárních větví. Již během zkoušky si autor DP všiml, že tato odlišnost s největší pravděpodobností nastává při změně šíření trhliny v místě vrcholu (hrany) inkluze.

Tento předpoklad byl potvrzen provedením numerické analýzy (oddíl 6.2.2) v programu ATENA (Červenka et al., 2016). Vysvětlení rozdělení vzestupné větve na dvě větve přibližně lineární (obr. 6.11 a 6.12) je prosté. Sklon první větve je strmější a prezentuje šíření trhliny až do vrcholu inkluze. Tento pohyb je pro vznik trhliny energeticky náročnější, čemuž odpovídá strmý sklon. Oproti tomu druhá větev

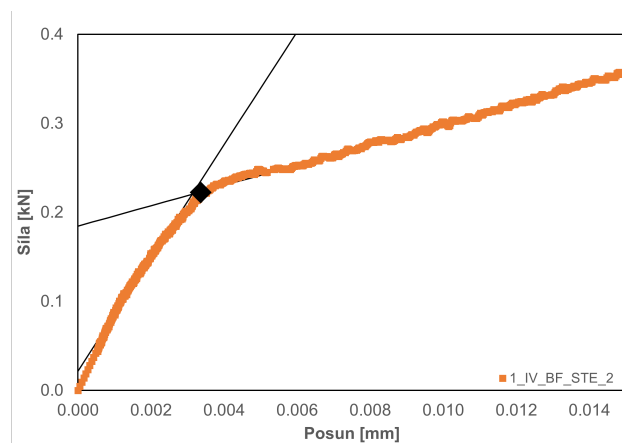
Obr. 6.9: Zatěžovací L - d diagramy 1_IV_BF_STEObr. 6.10: Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 1_IV_BF_STE

znázorňuje šíření trhliny vzhledem k nejvyššímu bodu inkluze a je pro trhlinu energeticky příznivější.

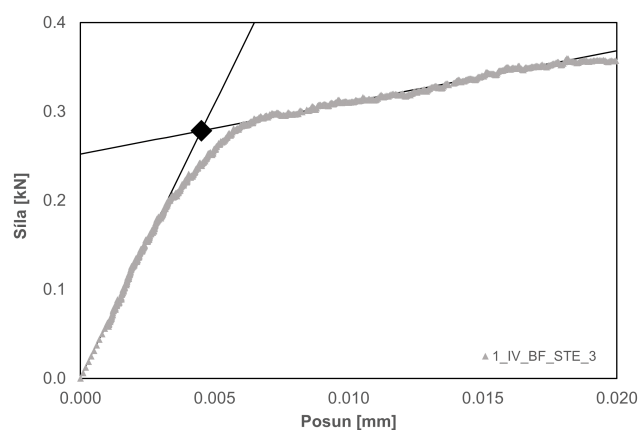
Hodnoty parametrů vzniklých průnikem těchto dvou lineárních větví pro jednotlivá zkušební tělesa lze nalézt v tab. 6.5.

	L_{\max} [kN]	K_{Ic}^* [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E^* [GPa]
1	0.39	0.2187	0.0383	1.31E-03	29.31	35.6
2	0.40	0.2208	0.0486	1.31E-03	37.19	21.47
3	0.36	0.203	0.0374	1.31E-03	28.61	23.44

Tab. 6.4: Lomově-mechanické vlastnosti matrice s ocelovou inkluzí



Obr. 6.11: Průchod trhliny 1_IV_BF_STE_2



Obr. 6.12: Průchod trhliny 1_IV_BF_STE_3

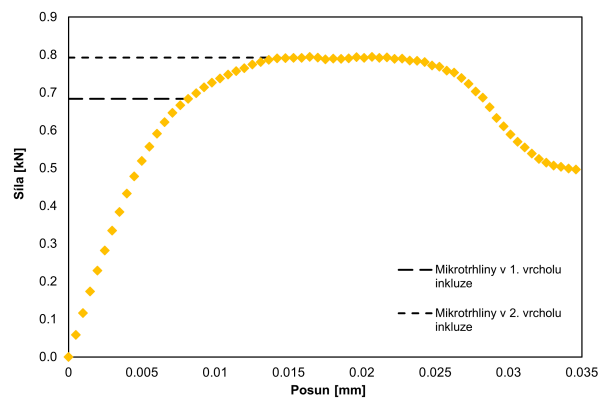
Ozn.	Síla [kN]	Posun [mm]	$CMOD$ [mm]
1_IV_BF_STE_2	0.220	0.0031	0.0039
1_IV_BF_STE_3	0.278	0.0045	0.0053
Průměr [kN]	0.249	0.0038	0.0046
Var [%]	16.5	25.6	21.0

Tab. 6.5: Hodnoty zatížení, posunu a $CMOD$

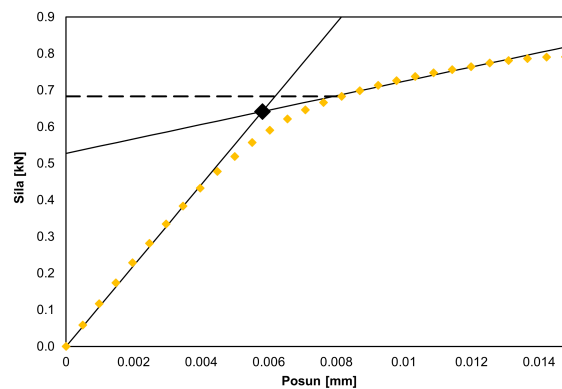
6.2.2 Ověření předpokladu o šíření trhliny

Pro ověření výše zmíněné hypotézy byl využit program ATENA (Červenka et al., 2016). ATENA je konečnoprvkový program založený na principech nelineární lomové mechaniky, konkrétně modelu fiktivní trhliny v kombinaci s metodou pásu trhlín. Vzhledem k řešení práce v rámci platnosti LELM zde nebude dále oblast nelineární lomové mechaniky prohlubována a autor se odkazuje na manuál k programu ATENA (Červenka et al., 2016) nebo skripta Keršner et al. (2006).

Numerický model kopíruje experimentální podmínky (obr. 6.15). Vzhledem k podstatě nelineární mechaniky, na které je tento program založen, nebylo možné okolo inkluze vymodelovat tenkou vrstvu ITZ tloušťky $t_{ITZ} \approx 52 \mu\text{m}$. Z tohoto důvodu byla vymodelována vrstva s tloušťkou $t_{ITZ} = 2 \text{ mm}$, kde hodnoty lomové energie G_F a modulu pružnosti E byly brány poloviční oproti okolní matici. Tímto jsme docílili šíření trhliny právě v této vrstvě a simulovali tak existenci ITZ, i když podstatně větších rozměrů.



Obr. 6.13: L - d diagram ATENA (Červenka et al., 2016)

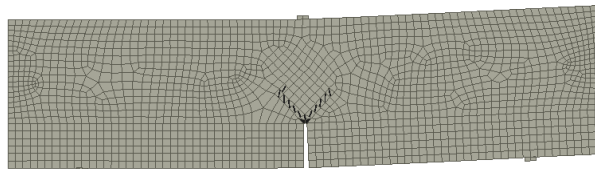


Obr. 6.14: Detail L - d diagramu ATENA (Červenka et al., 2016)

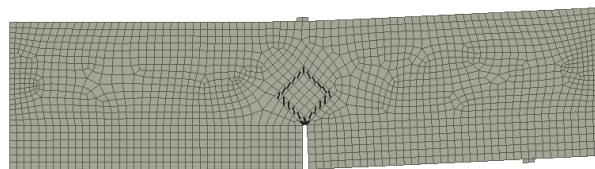
Numerický model využívá RD s tloušťkou 40 mm. Samotné zatížení probíhalo konstantním přírůstkem posunu aplikovaným na horní příložku, přičemž byla kontrolována hodnota síly v tomto místě L a hodnota svislého posunu d na vnějších okrajích trhliny. L – d diagram lze nalézt v grafu 6.13. První čárkovaná čára v grafu značí stav, kdy mikrotrhliny dosáhnou prvního vrcholu inkluze (obr. 6.15), druhá přerušovaná čára pak dosažení druhého vrcholu (obr. 6.16). Postup použitý v grafech 6.11 a 6.12 byl rovněž aplikován na graf 6.13. Výsledek lze nalézt v grafu 6.14 označený bodem průniku obou větví. Jak vidíme, hodnota zatížení zjištěná tímto způsobem F_{odhad} přibližně odpovídá zatížení při dosažení prvního vrcholu inkluze mikrotrhlinami F_{model} .

F_{model} [kN]	F_{odhad} [kN]	$F_{\text{odhad}}/F_{\text{model}}$ [–]
0.68	0.64	0.94

Tab. 6.6: Porovnání řešení ATENA

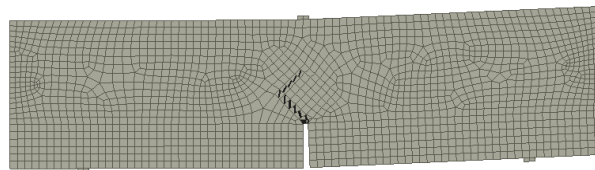


Obr. 6.15: Mikrotrhliny do prvního vrcholu inkluze (Červenka et al., 2016)



Obr. 6.16: Mikrotrhliny ve vrcholu inkluze (Červenka et al., 2016)

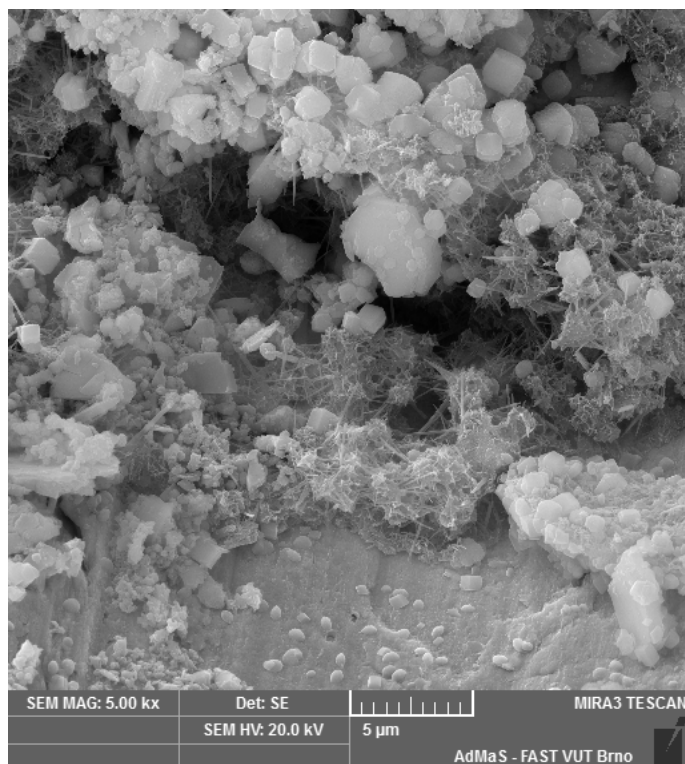
Sestupná větev L – d diagramu 6.13 odpovídá formování magistralní trhliny (obr. 6.17).



Obr. 6.17: Magistralní trhlina (Červenka et al., 2016)

6.2.3 Mikrostruktura ITZ

Zde je třeba upozornit na jiný způsob ošetřování zkušebních těles, který s největší pravděpodobností vedl k difuzi CO_2 . Tato difuze způsobila reakci se slínkovými minerály za vzniku velkého počtu CH krystalů a etringitu, viz obr. 6.18.



Obr. 6.18: Mikrostruktura rozhraní matrice–ocelová inkluze

6.3 Horninová inkluze – amfibolit

Amfibolit (obr. 6.19) je šedočerná až černá metamorfovaná (tzn. vznikla přeměnou magmatických, sedimentárních nebo starších metamorfovaných hornin) hornina (Šamálíková et al., 2006). V našem případě se jedná o amfibolit z lokality Dolní Rožínka.



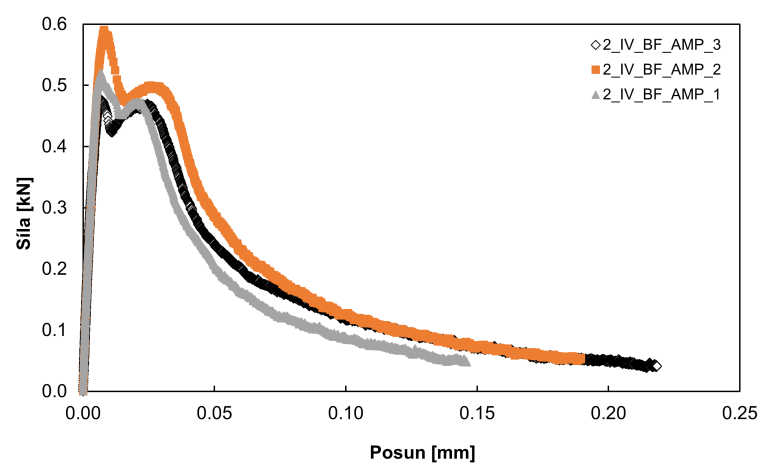
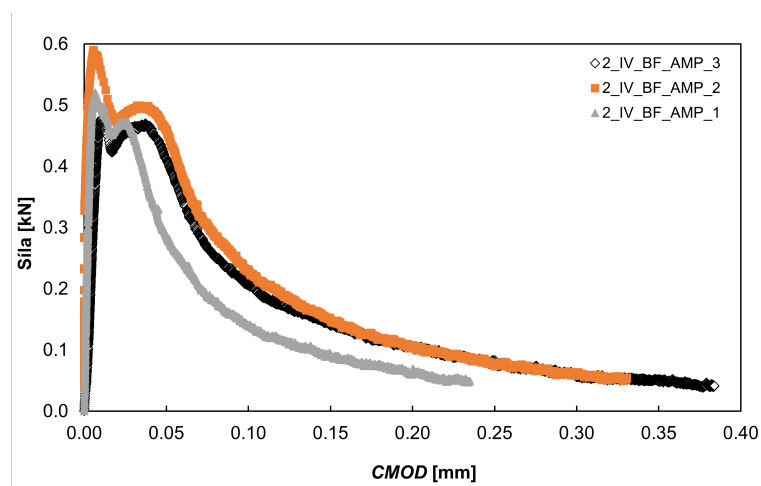
Obr. 6.19: Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – inkluze z amfibolitu

Přehled hodnot lomově-mechanických parametrů materiálu inkluze lze nalézt v tab. 6.7.

K_{Ic} [MPa·m ^{1/2}]	E [GPa]	G_{Ic} [J·m ⁻²]	W_F [N·mm]	G_F [J·m ⁻²]
3.37	143.00	79.60	567.24	448.00

Tab. 6.7: Lomově-mechanické vlastnosti amfibolitu

6.3.1 Zatěžovací diagramy

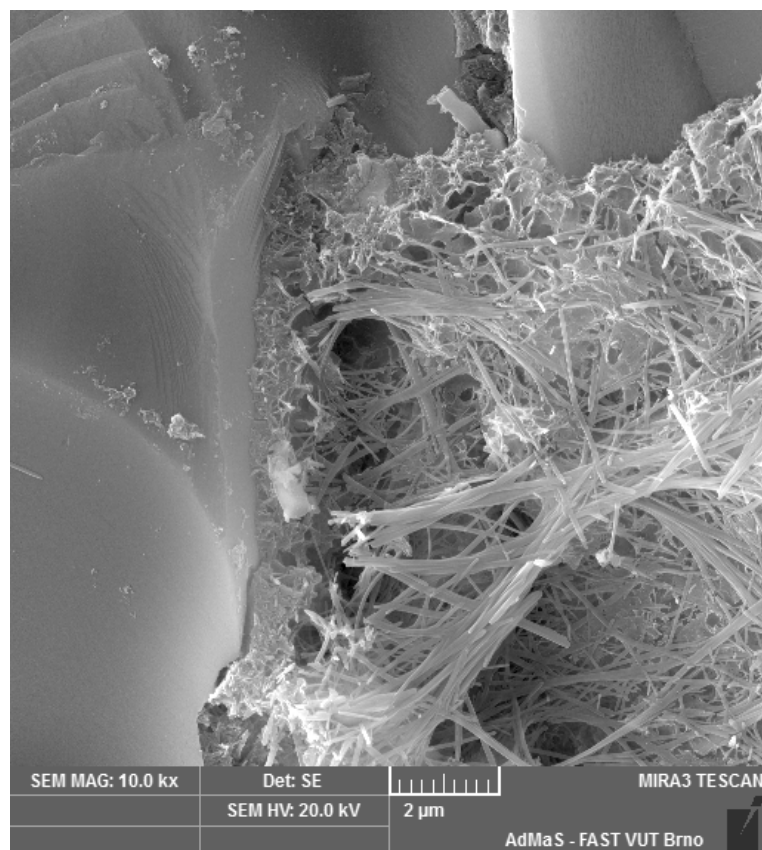
Obr. 6.20: Zatěžovací $L-d$ diagramy 2_IV_BF_AMPObr. 6.21: Zatěžovací $L-CMOD$ diagramy 2_IV_BF_AMP

	L_{\max} [kN]	K_{Ic}^* [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E^* [GPa]
1	0.52	0.2888	0.0281	1.3E-03	21.51	42.39
2	0.59	0.33	0.0384	1.3E-03	29.35	39.64
3	0.48	0.265	0.0359	1.3E-03	27.45	43.28

Tab. 6.8: Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z amfibolitu

6.3.2 Mikrostruktura ITZ

Jak můžeme vidět na snímku 6.22 z SEM vzniklého detekcí SE a zvětšeném 5000×, je rozhraní tvořeno převážně dlouhými krystaly etringitu. Koncentrace těchto krystalů obecně vede k předpokladu vyšší pórovitosti, která má za následek snížení tuhosti vrstvy ITZ. Tento předpoklad se, vzhledem k hodnotě maximálního zatížení, zdá být více než přesvědčivý (viz tab. 6.15).



Obr. 6.22: Mikrostruktura rozhraní matrice–amfibolit

6.4 Horninová inkluze – čedič

Čedič (obr. 6.23) je šedočerná výlevná magmatická (tzn. vznik krystalizací magmatu na zemském povrchu po jeho výlevu) hornina (Šamalíková et al., 2006). V našem případě se jedná o čedič z lokality Bílčice.



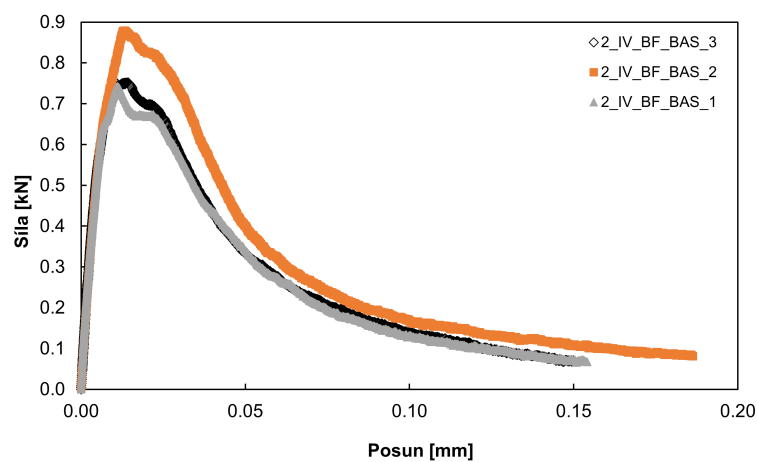
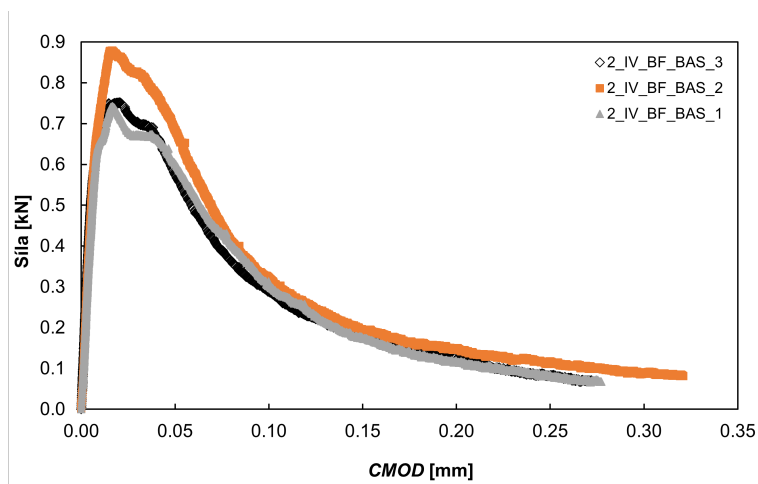
Obr. 6.23: Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – inkluze z čediče

Přehled hodnot lomově-mechanických parametrů materiálu inkluze lze nalézt v tab. 6.9.

K_{Ic} [MPa·m ^{1/2}]	E [GPa]	G_{Ic} [J·m ⁻²]	W_F [N·mm]	G_F [J·m ⁻²]
2.25	87.80	57.40	418.56	339.00

Tab. 6.9: Lomově-mechanické vlastnosti čediče

6.4.1 Zatěžovací diagramy

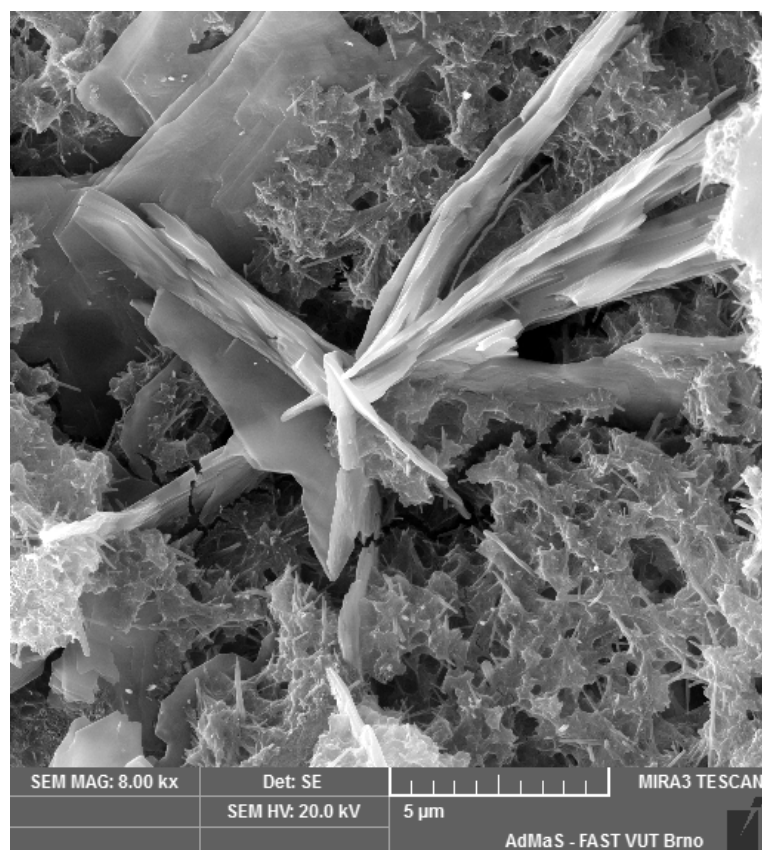
Obr. 6.24: Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_BASObr. 6.25: Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_BAS

	L_{\max} [kN]	K_{Ic}^* [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E^* [GPa]
1	0.74	0.4154	0.0425	1.2E-03	35.04	42.35
2	0.88	0.491	0.0551	1.2E-03	45.43	42.23
3	0.75	0.4217	0.0434	1.2E-03	35.75	46.15

Tab. 6.10: Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z čediče

6.4.2 Mikrostruktura ITZ

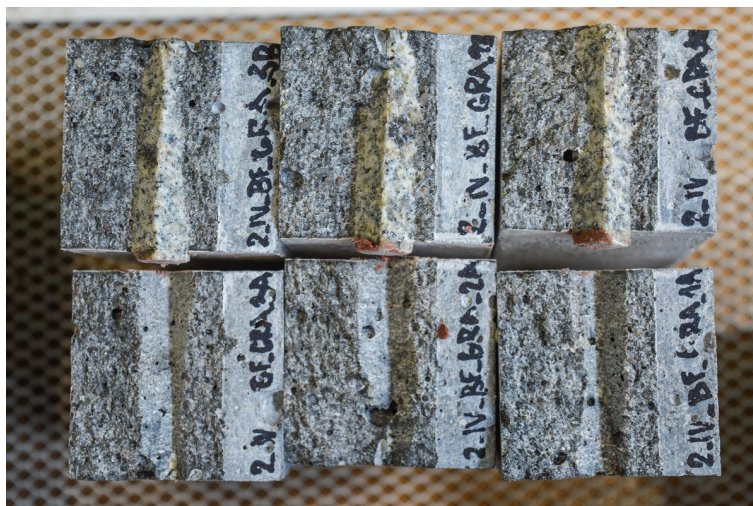
V mikrostruktuře rozhraní čedič–matrice již není tak signifikantní podíl etringitu jako tomu je u amfibolitu. Na snímku 6.26 můžeme vidět vystupující pláty portlanditu a jeho okolí je tvořeno C-S-H gelem. Rovněž v tab. 6.15 vidíme, že maximální zatížení již dosahuje značně vyšších hodnot v porovnání s inkluzí tvořenou amfibolitem.



Obr. 6.26: Mikrostruktura rozhraní matrice–čedič

6.5 Horninová inkluze – žula

Žula (obr. 6.27) je typicky šedobílá až šedorůžová hlubinná magmatická (tzn. vznik v hloubce uvnitř zemské kůry) hornina s tmavými nerosty (biotit, amfibol) (Šamálková et al., 2006). V našem případě se jedná o žulu z lokality Černá Voda.



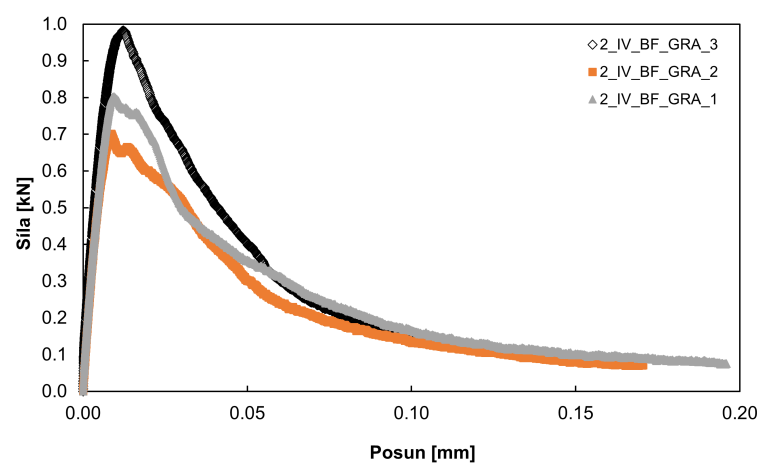
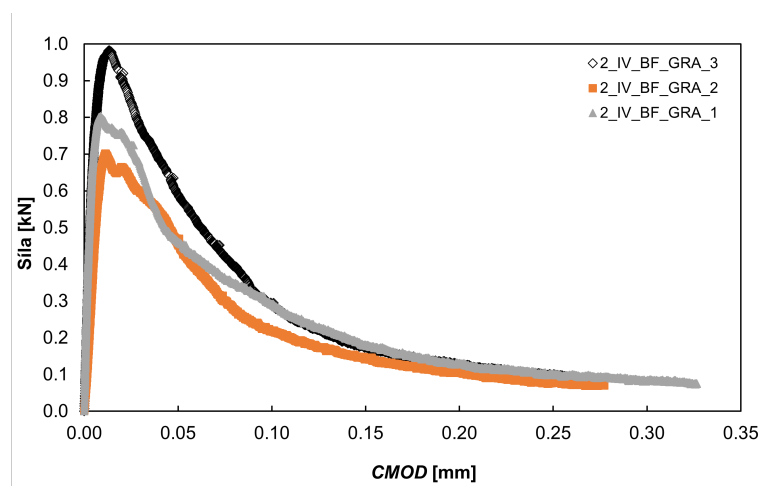
Obr. 6.27: Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – inkluze ze žuly

Přehled hodnot lomově-mechanických parametrů materiálu inkluze lze nalézt v tab. 6.11.

K_{Ic} [MPa·m ^{1/2}]	E [GPa]	G_{Ic} [J·m ⁻²]	W_F [N·mm]	G_F [J·m ⁻²]
1.26	59.60	26.70	242.53	189.40

Tab. 6.11: Lomově-mechanické vlastnosti žuly

6.5.1 Zatěžovací diagramy

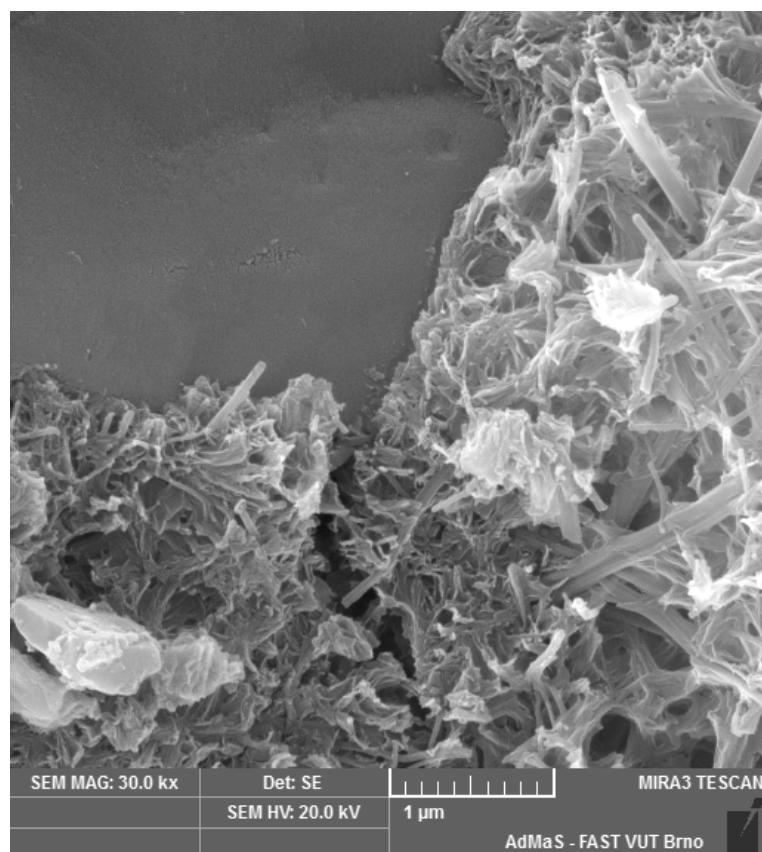
Obr. 6.28: Zatěžovací L - d diagramy 2_IV_BF_GRAObr. 6.29: Zatěžovací L - $CMOD$ diagramy 2_IV_BF_GRA

	L_{\max} [kN]	K_{Ic}^* [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E^* [GPa]
1	0.80	0.4484	0.0500	1.3E-03	38.24	44.56
2	0.70	0.3883	0.0415	1.3E-03	31.72	46.85
3	0.98	0.5501	0.0507	1.3E-03	38.81	48.22

Tab. 6.12: Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z žuly

6.5.2 Mikrostruktura ITZ

Zde vidíme, že mikrostruktura tohoto rozhraní je tvořena, oproti předcházejícím inkluzím, více homogenní strukturou. Ta je tvořena převážně C-S-H gely, čemuž odpovídá i vyšší hodnota maximálního zatížení, viz tab. 6.15.



Obr. 6.30: Mikrostruktura rozhraní matrice–žula

6.6 Horninová inkluze – mramor

Mramor (obr. 6.31) je typicky bílá metamorfovaná hornina vzniklá metamorfózou sedimentárních vápenců a dolomitů (Šamálíková et al., 2006). V našem případě se jedná o mramor z lokality Lipová.



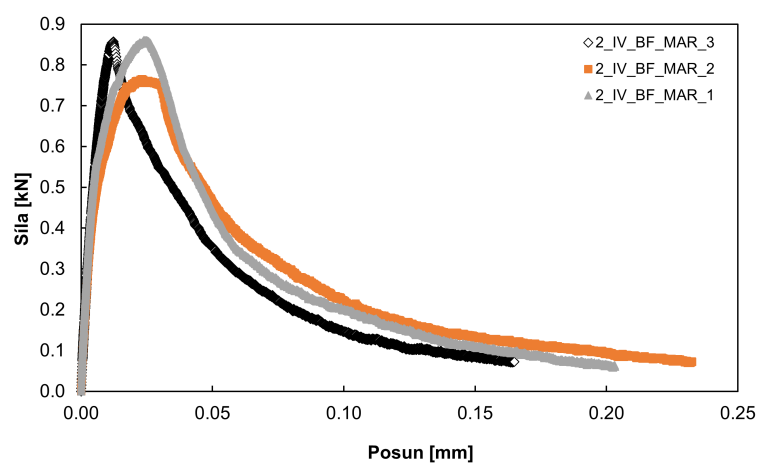
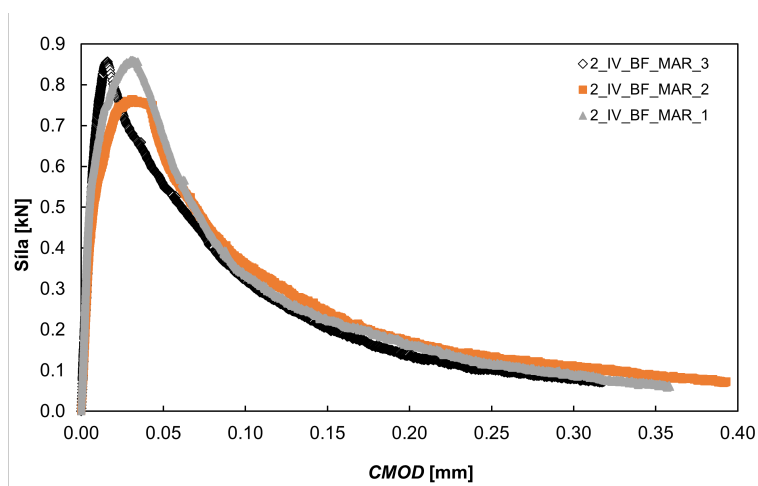
Obr. 6.31: Trámce po zkoušce tříbodovým ohybem – inkluze z mramoru

Přehled hodnot lomově-mechanických parametrů materiálu inkluze lze nalézt v tab. 6.13.

K_{Ic} [MPa·m ^{1/2}]	E [GPa]	G_{Ic} [J·m ⁻²]	W_F [N·mm]	G_F [J·m ⁻²]
1.85	108.10	31.60	299.09	249.20

Tab. 6.13: Lomově-mechanické vlastnosti mramoru

6.6.1 Zatěžovací diagramy

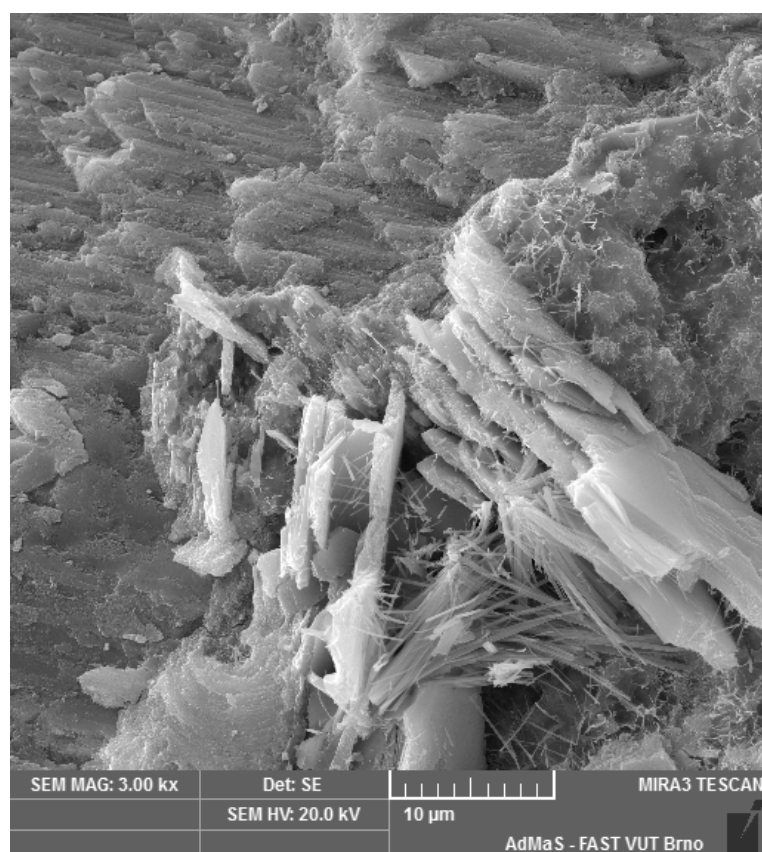
Obr. 6.32: Zatěžovací $L-d$ diagramy 2_IV_BF_MARObr. 6.33: Zatěžovací $L-CMOD$ diagramy 2_IV_BF_MAR

	L_{\max} [kN]	K_{Ic}^* [MPa·m ^{-1/2}]	W_F [N·m]	A_{lig} [m ²]	G_F [J·m ⁻²]	E^* [GPa]
1	0.86	0.4821	0.0590	1.12E-03	52.70	39.77
2	0.76	0.4269	0.0629	1.21E-03	51.86	34.17
3	0.86	0.4779	0.0458	1.21E-03	37.71	40.43

Tab. 6.14: Lomově-mechanické parametry matrice s inkluzí z mramoru

6.6.2 Mikrostruktura ITZ

Mikrostruktura rozhraní je v tomto případě tvořena jednak etringitem (jehlice), portlanditem (tenké destičky) a vrstvou C-S-H gelu. Vzhledem k malému množství etringitových jehlic, vykazuje rozhraní mramor–matrice více homogenní strukturu, čemuž odpovídá dle tab. 6.15 i vyšší hodnota mezního zatížení.



Obr. 6.34: Mikrostruktura rozhraní matrice–mramor

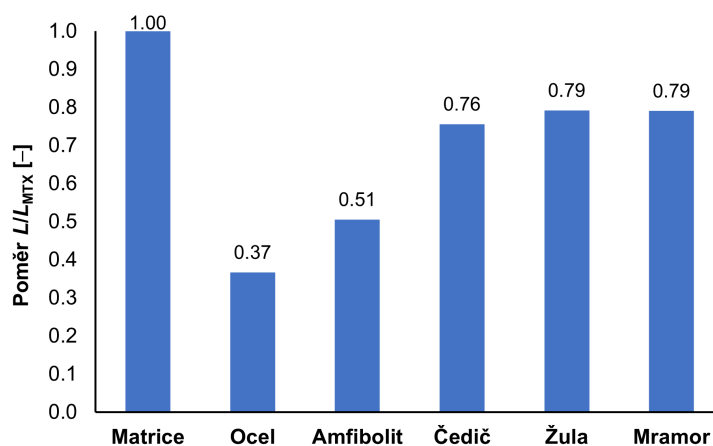
6.7 Dílčí shrnutí

Tabulka 6.15 shrnuje naměřené hodnoty maximální síly (L_{\max}) jednotlivých zkušebních těles a dává je do poměru s hodnotou maximálního zatížení samotné matrice. V tabulce 6.15 jsou uvedeny průměrné hodnoty maximálního zatížení (L_{\max}), odpovídající výběrové směrodatné odchylky (VSO_L) a variačního koeficientu (v_k). Grafické znázornění poměrů max. zatížení lze vidět na obr. 6.35.

Z hodnot je zřejmé, že minimální hodnota poměru zatížení je u tělesa s ocelovou inkluzí (nejspíše kvůli způsobu ošetřování) a maximální hodnota poměru zatížení je u těles s inkluzí ze žuly a mramoru. Tyto hodnoty jsou rovněž ve shodě s měřeními mikrostruktury pomocí SEM.

Těleso	L_{\max} [kN]	VSO_L [kN]	v_k [%]	L/L_{MTX}
Matrice	1.05	0.04	3.4	1.00
Ocel	0.38	0.02	4.6	0.37
Amfibolit	0.53	0.06	10.8	0.51
Čedič	0.79	0.08	9.6	0.76
Žula	0.83	0.14	17.2	0.79
Mramor	0.83	0.05	6.6	0.79

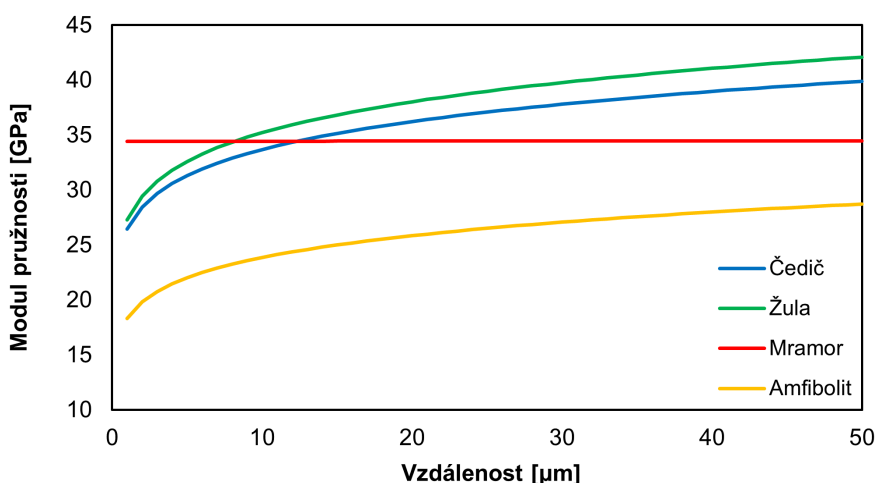
Tab. 6.15: Porovnání výsledků L – d diagramů



Obr. 6.35: Porovnání výsledků L – d diagramů

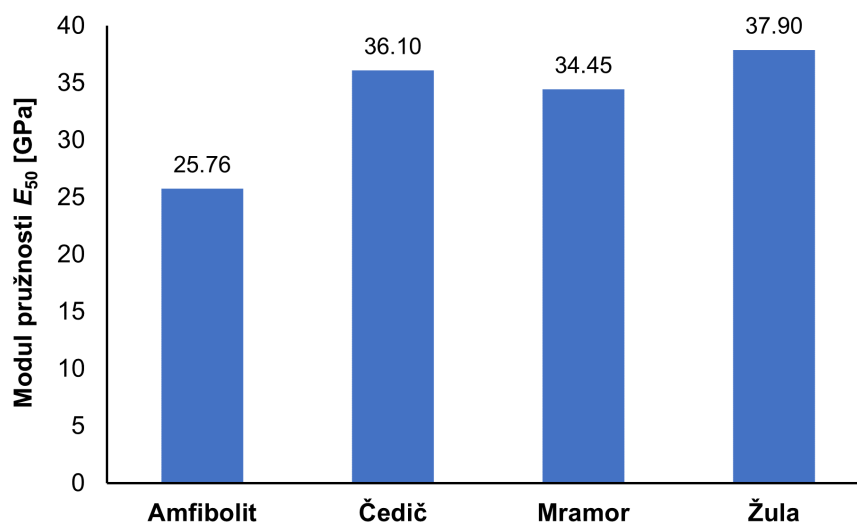
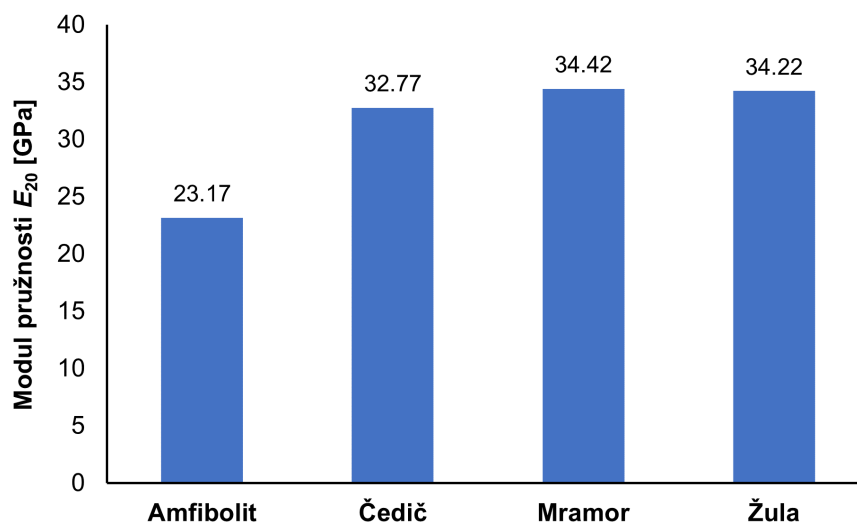
6.8 Výsledky nanoindentačních zkoušek

Po provedení lomových zkoušek výše zmíněných těles byla vybraná tělesa předána na ČVUT k provedení nanoindentačních zkoušek. Zde byly fragmenty rozřezány na 6 mm tenké pláty, které poté byly vyleštěny. Tyto vyleštěné (rovinné) plochy byly dále zkontrolovány za použití optického mikroskopu a byly provedeny snímky za pomoci detekce BSE. Poté již následovala samotná nanoindentace. Veškeré detaily lze nalézt v publikaci Zacharda et al. (2017).



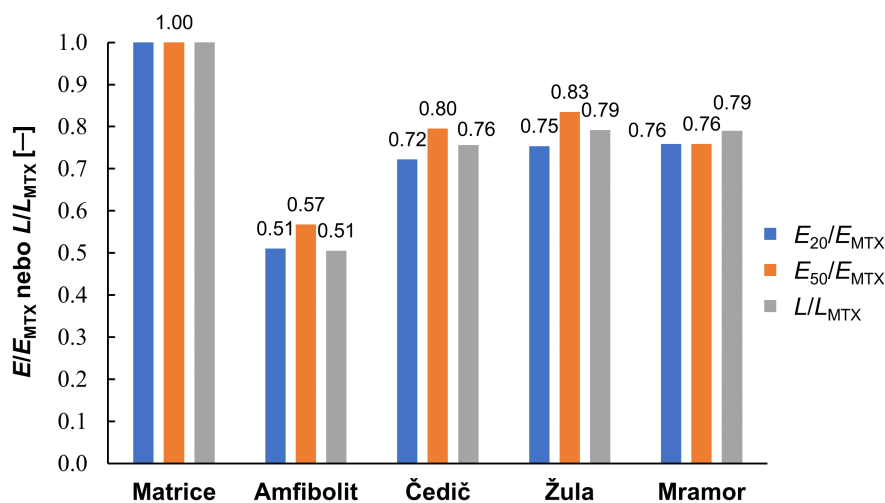
Obr. 6.36: Modul pružnosti v závislosti na vzdálenosti od inkluze (Zacharda et al., 2017)

Samotné zjištěné závislosti modulu pružnosti E na vzdálenosti od povrchu kameniva pro tělesa s jednotlivými materiály inkluze lze nalézt v grafu 6.36. Vidíme, že největší změna E nastává v oblasti $20\ \mu\text{m}$, což je v souladu se zjištěním Bourdette et al. (1995), který stanovil porozitu ITZ 2–3-násobně vyšší, přičemž nejvyšší nárůst porozity je podle něj patrný v prvních $20\ \mu\text{m}$. Je samozřejmé, že zvýšená porozita je nutně spojena s nižším modulem pružnosti. Předpoklad, že existuje oblast okolo zrna kameniva s výrazně odlišnými mechanickými parametry je tedy ověřen. Nyní se zaměříme na postup, pomocí kterého bychom mohli dát do spojitosti modul pružnosti s jinými parametry (oddíl 6.9). Vybízí se možnost stanovení středních hodnot modulu pružnosti přes celou oblast měření, tj. oblast délky $50\ \mu\text{m}$ (E_{50}), a přes oblast největší změny modulu pružnosti E v závislosti na vzdálenosti od povrchu kameniva, tj. oblast délky $20\ \mu\text{m}$ (E_{20}). Takto vypočtené střední hodnoty modulu pružnosti lze nalézt v grafické podobě v grafech 6.37 a 6.38.

Obr. 6.37: Průměrný modul pružnosti přes oblast $50 \mu\text{m}$ Obr. 6.38: Průměrný modul pružnosti přes oblast $20 \mu\text{m}$

6.9 Porovnání dílčích výsledků

V tomto oddíle se pokusíme najít spojitost mezi výše zjištěnými výsledky nanoindentačních zkoušek, tj. mezi středními hodnotami modulu pružnosti ITZ (E_{20} a E_{50}), a výsledky lomových experimentů. Vybere se srovnání relativních hodnot středních hodnot modulů pružnosti E_{20} a E_{50} vzhledem k modulu pružnosti matrice E_{MTX} zjištěné z lomových experimentů s relativními hodnotami maximálního dosaženého zatížení těles s inkluzí vzhledem k maximálnímu dosaženému zatížení aplikovanému na zkušební tělesa tvořená pouze matricí. Jak můžeme vidět v grafu 6.39, je pokles relativních hodnot maximálního zatížení v souladu s poklesem relativních hodnot středního modulu pružnosti ITZ.



Obr. 6.39: Porovnání nanoindentace s výsledky zkoušek

Matematicky lze tuto skutečnost popsat pomocí korelační matice udávající vzájemnou korelaci (závislost) mezi jednotlivými parametry, přičemž hodnoty korelačního koeficientu blízké 1 znamenají pozitivní korelaci, hodnoty blízké -1 znamenají negativní korelaci a hodnoty blízké 0 mohou znamenat vzájemnou nezávislost. Tato matice je symetrická, pozitivně-definitní a na hlavní diagonále jsou prvky matice rovny 1. Korelační matici pro tento případ lze nalézt v tab. 6.16. Prvky pod hlavní diagonálou jsou téměř rovny 1, což znamená velmi silnou pozitivní korelaci.

	E_{50}/E_{MTX}	E_{20}/E_{MTX}	L/L_{MTX}
E_{50}/E_{MTX}	1		
E_{20}/E_{MTX}	0.98	1	
L/L_{MTX}	0.98	0.99	1

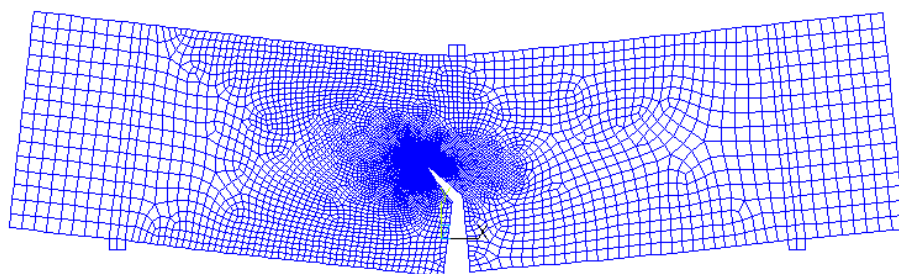
Tab. 6.16: Korelační matice výsledků nanoindentace a lomových experimentů

7 NUMERICKÝ MODEL

Z provedených experimentů byl vytvořen numerický model v SW **ANSYS** (ANSYS Users guide) umožňující stanovit hodnoty lomové houževnatosti ITZ ($K_{Ic,ITZ}$) ze „známé“, lépe předpokládané, hodnoty zatížení F a směru šíření trhliny θ_0 .

Geometrie

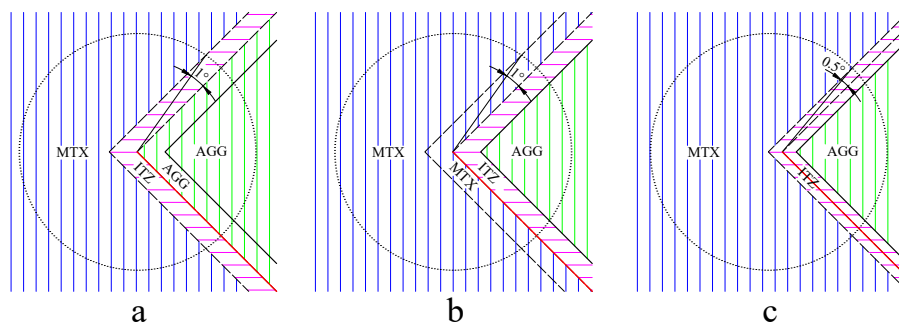
Numerický model je v podstatě kopií skutečného experimentu (obr. 4.2 a obr. 7.1). Byly modelovány 2 vrstvy okolo inkluze umožňující měnit polohu vrcholu trhliny (obr. 7.2), přičemž tloušťka jedné vrstvy byla volena s ohledem na poloměr kružnice se středem ve vrcholu inkluze. Tloušťka vrstvy poté byla dána úhlem průvodiče, který se rovnal 1° . Výše uvedené znamená $t_{ITZ} = r \cdot \sin(1^\circ) = 3 \cdot \sin(1^\circ) \approx 52 \mu\text{m}$.



Obr. 7.1: Numerický model (ANSYS Users guide)

Jak bylo napsáno výše, byly vymodelovány 2 vrstvy umožňující měnit polohu trhliny. Tímto postupem docílíme 3 možných poloh trhliny v modelu tvořeném maticí (MTX), ITZ a inkluzí (AGG):

1. Trhlina na rozhraní ITZ–AGG (obr. 7.2 a)
2. Trhlina na rozhraní MTX–ITZ (obr. 7.2 b)
3. Trhlina na rozhraní ITZ–ITZ (obr. 7.2 c), kde t_{ITZ} byla volena poloviční.



Obr. 7.2: Polohy trhliny

Předpoklady výpočtu

S výhodou byla úloha modelována jako RD, kde předpokládáme jednotkovou tloušťku $B = 1.00$ m. Je tedy nutné síly působící na reálné těleso tloušťky $B = 0.04$ m přepočítat, aby účinek těchto sil odpovídal účinku na skutečné tloušťce. K tomu využijeme rovnosti napětí působící na horní příložku:

$$\sigma = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}, \quad (7.1)$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{B_2}{B_1} = F_1 \cdot \frac{1000}{40} = 25 \cdot F_1, \quad (7.2)$$

kde F_1 je síla získaná z L - d diagramů [N],

F_2 hledaná aplikovaná síla [N],

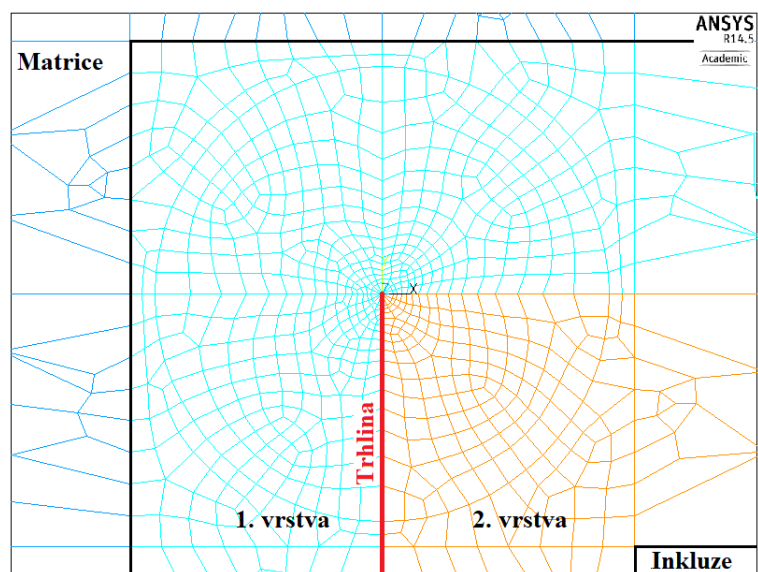
A_1 skutečná plocha příložky [m²],

A_2 plocha příložky s jednotkovou tloušťkou [m²].

Materiály byly modelovány jako homogenní, lineárně elastické, izotropní charakterizované svými elastickými konstantami (Youngův modul pružnosti E a Poissonovo číslo ν). V numerickém modelu předpokládáme dokonalou adhezi mezi jednotlivými materiály. Trhlina byla modelována jako ideálně ostrá s vrcholem v levém vrcholu inkluze (viz obr. 7.1). Použité hodnoty elastických konstant lze nalézt v tab. 7.1. Poznamenejme, že neznámé parametry ν_{AGG} byly převzaty z uvedené literatury.

Materiál	E_{ITZ} [GPa]	ν_{ITZ} [-]	E_{AGG} [GPa]	ν_{AGG} [-]	
Matrice	45.39	0.20	45.39	0.20	
Ocel	16.65	0.20	210.00	0.30	
Amfibolit	25.76	0.20	143.00	0.16	(Souček et al., 2017)
Čedič	36.10	0.20	87.80	0.15	(Hoduláková, 2015)
Žula	37.90	0.20	108.10	0.18	(Hoduláková, 2015)
Mramor	34.45	0.20	59.60	0.20	(Gercek, 2007)

Tab. 7.1: Materiálové vlastnosti využité v numerickém modelu



Obr. 7.3: Síť okolo vrcholu trhliny

Ačkoliv je poloha trhliny situována na jednotlivých rozhraních a vypočtená hodnota lomové houževnatosti tedy striktně neodpovídá lomové houževnatosti ITZ $K_{Ic,ITZ}$ (výjimkou je, samozřejmě, rozhraní ITZ–ITZ), ale spíše lomové houževnatosti samotného rozhraní, kterou si lze představit jako soudržnost, bude pro zjednodušení v tomto dokumentu považována za lomovou houževnatost ITZ $K_{Ic,ITZ}$.

Vyhodnocení

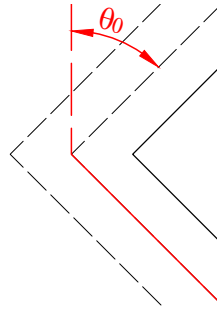
Samotné vyhodnocení probíhalo dle odstavce 3.4.3, kde je formulováno kritérium stability na základě střední hodnoty $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ zjištěné přes určitou oblast d . Ve vztahu k rozměrům tělesa, použitému plnivu a charakteristickému rozměru tělesa byl parametr d zvolen viz tab. 7.2. Minimální délka oblasti $d = 0.1$ mm odpovídá maximální velikosti cementových zrn, zatímco maximální hodnota $d = 2.0$ mm odpovídá maximálnímu použitému zrně kameniva. Předpokládejme nyní, že známe hodnoty působícího zatížení F_1 a úhel dalšího šíření θ_0 . Výslednou hodnotu $K_{\text{Ic,ITZ}}$ vypočteme vyjádřením ze vztahu 3.39 následovně:

$$K_{\text{Ic,ITZ}} = \frac{1}{2} \cdot \bar{\sigma}_{\theta\theta,c} \cdot \sqrt{2\pi d} \quad (7.3)$$

d_1 [mm]	d_2 [mm]	d_3 [mm]	d_4 [mm]	d_5 [mm]
0.10	0.20	0.50	1.00	2.00

Tab. 7.2: Hodnoty parametru d

Zde poznamenejme, že θ_0 bude v dalším textu označovat úhel, který svírá budoucí trhlina s povrchem inkluze (obr. 7.4).



Obr. 7.4: Úhel θ_0

7.1 Ocel

Úhel dalšího šíření trhliny byl $\theta_0 = 0^\circ$. Postupem uvedeným v oddílu 6.2.1 a jeho ověřením v 6.2.2 jsme dostali hodnotu kritické síly F_1 , při jejímž působení dochází ke vzniku mikrotrhliny ve směru úhlu θ_0 a jejím přepočtem dle vztahu 7.2 dostáváme hodnotu síly aplikovanou na horní příložku v numerickém modelu, viz tab. 7.3.

F_1 [N]	F_2 [N]
250	6250

Tab. 7.3: Zatížení – ocel

Výsledky numerického modelu pro jednotlivé polohy trhliny lze nalézt v tab. 7.6. Počáteční vyšší hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ a $\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ při poloze trhliny ITZ–AGG jsou způsobeny „vyztužením“ kompozitu, tj. zvětšením rozměrů inkluze o $2 \cdot t_{\text{ITZ}}$ (na každé straně o jednu vrstvu). S rostoucí délkou oblasti d již tento rozdíl zaniká vlivem přerozdělení napětí. Naopak minimální hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ pro malé rozměry oblasti d vykazuje poloha trhliny na rozhraní ITZ–ITZ.

Poloha trhliny	Parametr	Oblast				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
ITZ–AGG	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	9.92	7.82	5.26	3.54	2.74
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.12	0.14	0.15	0.14	0.15
ITZ–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	7.01	6.75	5.28	3.98	2.73
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.09	0.12	0.15	0.16	0.15
MTX–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	7.01	6.75	5.28	3.98	2.74
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.09	0.12	0.15	0.16	0.15

Tab. 7.4: Lomová houževnatost ITZ – ocelová inkluze

7.2 Amfibolit

Úhel dalšího šíření trhliny byl $\theta_0 = 0^\circ$. Jelikož působící síla v tomto případě není tak jednoznačná jako u inkluze ocelové, bylo nutné ji odhadnout. Jako nejlepší odhad se jeví využití výsledků z numerického modelu uvedeného v 6.2.2, kde mikrotrhliny v prvním vrcholu inkluze nastanou, je-li zatížení rovno cca 80 % zatížení maximálního. Využijeme-li tohoto poznatku i zde, dostáváme hodnotu kritické síly F_1 rovnu viz tab. 7.5.

F_1 [N]	F_2 [N]
423	10585

Tab. 7.5: Zatížení – amfibolit

Výsledky numerického modelu lze nalézt v tab. 7.6. Počáteční vyšší hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ a $\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ při poloze trhliny ITZ–AGG jsou způsobeny „vyztužením“ kompozitu, tj. zvětšením rozměrů inkluze o $2 \cdot t_{\text{ITZ}}$ (na každé straně o jednu vrstvu). S rostoucí délkou oblasti d již tento rozdíl zaniká vlivem přerozdělení napětí. Naopak minimální počáteční hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ vykazuje poloha trhliny na rozhraní ITZ–ITZ, přičemž s rostoucím rozměrem oblasti d má rostoucí tendenci.

Poloha trhliny	Parametr	Oblast				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
ITZ–AGG	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	15.99	12.62	8.46	5.76	4.48
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.20	0.22	0.24	0.23	0.25
ITZ–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	12.08	11.30	8.66	6.51	4.47
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.15	0.20	0.24	0.26	0.25
MTX–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	12.10	11.36	8.74	6.56	4.50
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.15	0.20	0.25	0.26	0.25

Tab. 7.6: Lomová houževnatost ITZ – inkluze z amfibolitu

7.3 Čedič

Úhel dalšího šíření trhliny byl převážně $\theta_0 = 45^\circ$. Vzhledem k nejednoznačnosti působící kritické síly byl použit stejný odhad jako v případě ostatních horninových inkluzí. Hodnotu této kritické síly a její přepočtenou hodnotu užitou v numerickém modelu lze najít v tab. 7.7.

F_1 [N]	F_2 [N]
633	15828

Tab. 7.7: Zatížení – čedič

Výsledky numerického modelu pro jednotlivé polohy trhliny lze nalézt v tab. 7.8. Těleso s inkluzí čediče nevykazuje počáteční vyšší hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ a $\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ při poloze trhliny ITZ–AGG. Tyto jsou naopak srovnatelné s polohou trhliny MTX–ITZ. Minimální počáteční hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$, jako obvykle, vykazuje poloha trhliny na rozhraní ITZ–ITZ, přičemž s rostoucím rozměrem oblasti d má rostoucí tendenci.

Poloha trhliny	Parametr	Oblast				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
ITZ–AGG	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	19.30	18.20	14.71	11.36	8.34
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.24	0.32	0.41	0.45	0.47
ITZ–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	15.08	15.22	13.81	11.01	8.26
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.19	0.27	0.39	0.44	0.46
MTX–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	18.48	18.42	15.06	11.58	8.43
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.23	0.33	0.42	0.46	0.47

Tab. 7.8: Lomová houževnatost ITZ – inkluze z čediče

7.4 Žula

Úhel dalšího šíření trhliny byl $\theta_0 = 0^\circ$. Vzhledem k nejednoznačnosti působící kritické síly byl použit stejný odhad jako v případě ostatních horninových inkluzí. Hodnotu této kritické síly a její přepočtenou hodnotu užitou v numerickém modelu lze najít v tab. 7.9.

F_1 [N]	F_2 [N]
663	16582

Tab. 7.9: Zatížení – žula

Výsledky numerického modelu pro jednotlivé polohy trhliny lze nalézt v tab. 7.10. Těleso s touto inkluzí má přibližně stejné hodnoty $K_{\text{Ic,ITZ}}$ pro všechny polohy trhliny pro stejné rozměry oblastí d .

Poloha trhliny	Parametr	Oblast				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
ITZ–AGG	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	19.99	17.76	13.23	9.93	6.86
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.25	0.31	0.37	0.39	0.38
ITZ–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	18.53	17.14	13.09	9.89	6.83
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.23	0.30	0.37	0.39	0.38
MTX–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	18.97	17.45	13.29	9.99	6.89
	$K_{\text{Ic,ITZ}}$ [MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$]	0.24	0.31	0.37	0.40	0.39

Tab. 7.10: Lomová houževnatost ITZ – inkluze z žuly

7.5 Mramor

Úhel dalšího šíření trhliny byl $\theta_0 = 45^\circ$, vyjmeme-li vzorek 1, kde se trhlina šířila skrze inkluzi. Vzhledem k nejednoznačnosti působící kritické síly byl použit stejný odhad jako v případě ostatních horninových inkluzí. Nicméně v tomto případě nelze využít 80% hodnotu maximálního zatížení z tab. 6.15, ale je třeba stanovit novou střední hodnotu bez uvažování vzorku 1. Tato střední hodnota činí $L = 0.81$ kN. Hodnotu kritické síly a její přepočtenou hodnotu užitou v numerickém modelu lze najít v tab. 7.11.

F_1 [N]	F_2 [N]
649	16219

Tab. 7.11: Zatížení – mramor

Výsledky numerického modelu pro jednotlivé polohy trhliny lze nalézt v tab. 7.12. Zde vidíme trend patrný u tělesa s ocelovou inkluzí a inkluzí amfibolitu, tedy počáteční vyšší hodnoty $K_{Ic,ITZ}$ a $\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ při poloze trhliny ITZ–AGG a naopak minimální hodnoty $K_{Ic,ITZ}$ při poloze trhliny na rozhraní ITZ–ITZ.

Poloha trhliny	Parametr	Oblast				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
ITZ–AGG	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	18.06	17.41	14.34	11.19	8.30
	$K_{Ic,ITZ}$ [MPa $\cdot\sqrt{m}$]	0.23	0.31	0.40	0.44	0.47
ITZ–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	14.47	14.68	13.45	10.83	8.22
	$K_{Ic,ITZ}$ [MPa $\cdot\sqrt{m}$]	0.18	0.26	0.38	0.43	0.46
MTX–ITZ	$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$ [MPa]	17.63	17.64	14.57	11.33	8.35
	$K_{Ic,ITZ}$ [MPa $\cdot\sqrt{m}$]	0.22	0.31	0.41	0.45	0.47

Tab. 7.12: Lomová houževnatost ITZ – inkluze z mramoru

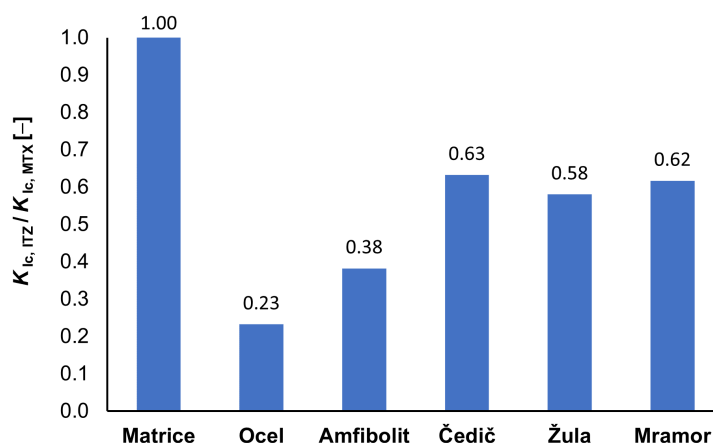
7.6 Dílčí shrnutí

K odhadu jednotné lomové houževnatosti ITZ byly vypočteny střední hodnoty, výběrové směrodatné odchylky a variační koeficienty výše prezentovaných výsledků pro jednotlivé materiály inkluze (tab. 7.13). Ač tento postup není plně korektní, jelikož srovnáváme lomovou houževnatost pro různé polohy trhliny (a tím de facto odlišné lomové houževnatosti) a různé oblasti integrace d , může posloužit jako základní odhad hodnoty $K_{Ic,ITZ}$.

Těleso	$K_{Ic,ITZ}$ [kN]	VSO_K [kN]	v_k [%]	$K_{Ic,ITZ}/K_{Ic,MTX}$ [-]
Matrice	0.59	0.02	3.26	1.00
Ocel	0.14	0.02	17.84	0.23
Amfibolit	0.22	0.04	15.96	0.38
Čedič	0.37	0.10	26.50	0.63
Žula	0.34	0.06	17.65	0.58
Mramor	0.36	0.10	27.80	0.62

Tab. 7.13: Porovnání výsledků $K_{Ic,ITZ}$ pro jednotlivé materiály inkluze

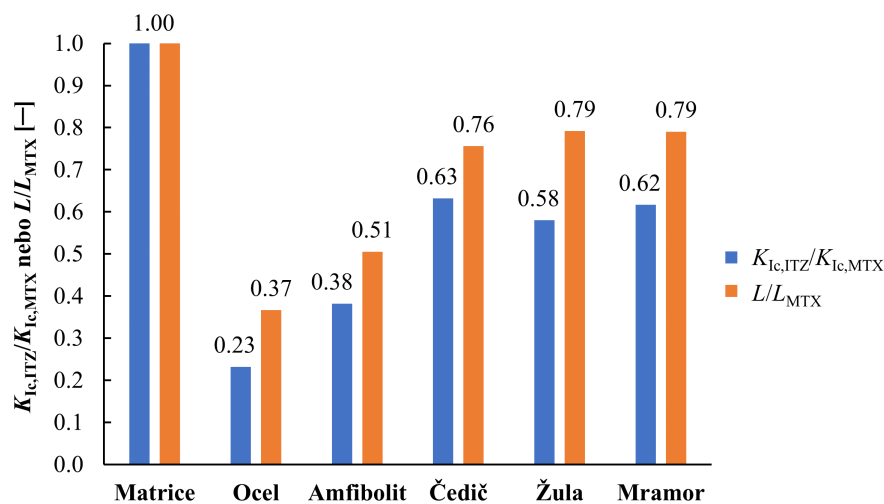
Relativní hodnoty $K_{Ic,ITZ}$ ve vztahu k lomové houževnatosti matrice $K_{Ic,MTX}$ můžeme nalézt v grafické podobě na obrázku 7.5. Dle očekávání vykazuje těleso s ocelovou inkluzí minimálních hodnot, které jsou spojeny s nešťastným způsobem ošetřování v první fázi výzkumu. Druhou nejhorší relativní hodnotu lomové houževnatosti má těleso s inkluzí amfibolitu. Poté již jsou relativní hodnoty lomové houževnatosti víceméně rovnoměrné, přičemž ze tří materiálů inkluze (čedič, žula, mramor) má nejnižší relativní hodnotu lehce překvapivě žula. Důvodem může být jiný úhel šíření trhliny θ_0 .



Obr. 7.5: Relativní hodnoty $K_{Ic,ITZ}$ pro jednotlivé materiály inkluze

7.7 Srovnání s výsledky experimentů

V grafu 7.6 můžeme vidět, že výsledky získané výše popsáním postupem jsou v dobré shodě s provedenými experimenty. Jediný odlišný výsledek, ne však výrazný, můžeme najít u inkluze tvořené žulou. Zde je na místě připomenout, že na rozdíl od čediče a mramoru došlo k porušení tělesa s inkluzí žuly podél inkluze, zatímco u obou zmíněných došlo k porušení jinému. Tato skutečnost by mohla mít vliv na výsledné stanovení hodnoty $K_{Ic,ITZ}$.



Obr. 7.6: Porovnání výsledků $K_{Ic,ITZ}$ s výsledky lomových experimentů

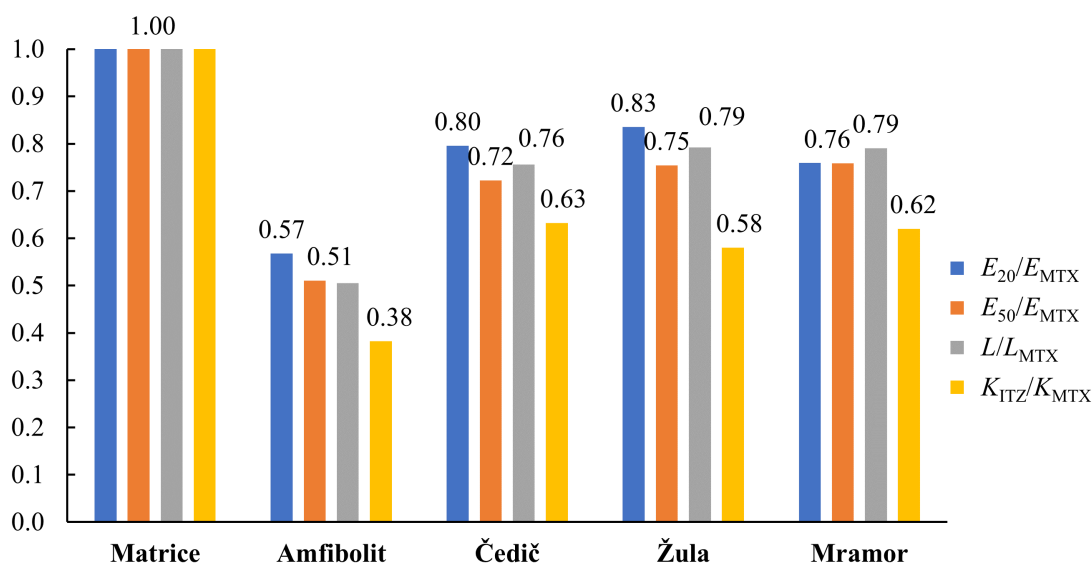
Abychom mohli matematicky kvalifikovat vzájemnou závislost/nezávislost těchto parametrů, využijeme korelační matici 7.14. Ta nám ukazuje velice silnou pozitivní závislost výsledků numerických výpočtů a lomových experimentů, což splňuje naše předpoklady uvedené v grafu 7.6.

	$K_{Ic,ITZ}/K_{Ic,MTX}$	L/L_{MTX}
$K_{Ic,ITZ}/K_{Ic,MTX}$	1	
L/L_{MTX}	0.97	1

Tab. 7.14: Korelační matice výsledků numerické studie a lomových experimentů

8 ZÁVĚR

Cílem práce bylo seznámení se s vlastnostmi rozhraní v cementových kompozitech, studium lomové mechaniky rozhraní a její aplikace na zde řešený problém. K tomuto účelu byly navrženy a provedeny lomové experimenty, jejichž vyhodnocení je taktéž součástí této práce. K představě o minerálech formujících rozhraní a jejich vzájemného rozpoložení je součástí práce taktéž vyhodnocení snímků z elektronového mikroskopu. Vítaným doplněním, umožňujícím představu o mechanických parametrech rozhraní, byly výsledky nanoindentačních zkoušek. Na základě těchto údajů byl vytvořen numerický model v SW **ANSYS** umožňující stanovení lomové houževnatosti ITZ ($K_{Ic,ITZ}$). Jen škoda, že při provádění experimentů nebylo využito přístrojů umožňujících optickou analýzu prostorové deformace (systém ARAMIS), které by umožnily lepší odhad působící kritické síly F_1 . Nicméně, i přes tento drobný nedostatek jsou výsledky více než uspokojivé, viz graf 8.1. Pouze poznamenejme, že těleso s ocelovou inkluzí bylo z těchto závěrečných výsledků vyjmuto z důvodu absence nanoindentačních zkoušek a není tedy u něj možné provést takovéto srovnání.



Obr. 8.1: Relativní porovnání všech dosažených výsledků

Vyjádříme-li opět vzájemnou závislost/nezávislost parametrů za pomoci korelační matice 8.1 (s vyjmutím tělesa s ocelovou inkluzí), vidíme, že všechny parametry vykazují silnou pozitivní korelaci. Nutno podotknout, že byla očekávána vzájemná korelace, nicméně tak silná korelace a navíc mezi všemi výsledky je opravdu pozoruhodná.

	E_{50}/E_{MTX}	E_{20}/E_{MTX}	L/L_{MTX}	$K_{\text{Ic,ITZ}}/K_{\text{Ic,MTX}}$
E_{50}/E_{MTX}	1			
E_{20}/E_{MTX}	0.98	1		
L/L_{MTX}	0.98	0.99	1	
$K_{\text{Ic,ITZ}}/K_{\text{Ic,MTX}}$	0.94	0.97	0.95	1

Tab. 8.1: Korelační matice všech výsledků

Závěrem lze konstatovat, že nyní již nemůže býti dalších pochybností o důležitosti studia ITZ v cementových kompozitech a jejím vlivu na lomové chování cementových kompozitů.

LITERATURA

- ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC Press, third edition edition, 2011. ISBN 978-1-4200-5821-5.
- ANSYS. *Users guide, Swanson Analysis System, Inc., Houston*.
- ATKINSON, C. On the stress intensity factors associated with cracks interacting with an interface between two elastic media. *International Journal of Engineering Science*. 1975, 13, 5, s. 489 – 504. ISSN 0020-7225. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225\(75\)90018-X](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225(75)90018-X). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002072257590018X>>.
- BARNES, B. – DIAMOND, S. – DOLCH, W. The contact zone between portland cement paste and glass “aggregate” surfaces. *Cement and Concrete Research*. 1978, 8, 2, s. 233 – 243. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/0008-8846\(78\)90012-1](https://doi.org/10.1016/0008-8846(78)90012-1). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884678900121>>.
- BARTOVSKÁ, L. – ŠIŠKOVÁ, M. *Co je co v povrchové a koloidní chemii*. Vydavatelství VŠCHT v Praze, 2005. Dostupné z: <http://vydavatelstvi.vscht.cz/knihy/uid_es-001/ebook.help.htm>.
- BOURDETTE, B. – RINGOT, E. – OLLIVIER, J. Modelling of the transition zone porosity. *Cement and Concrete Research*. 1995, 25, 4, s. 741 – 751. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/0008-8846\(95\)00064-J](https://doi.org/10.1016/0008-8846(95)00064-J). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000888469500064J>>.
- BRETON, D. – OLLIVIER, J. – BALLIVY, G. Diffusivity of chloride ions in the transition zone between cement paste and granite. In MASO, J. (Ed.) *Interfaces between cementitious composites*, 1992.
- BROŽOVSKÝ, J. – MATERNA, A. *Základy matematické teorie pružnosti*, s. 10–30. VŠB-Technická univerzita Ostrava, 1. edition, 2012. Dostupné z: <<http://mi21.vsb.cz>>.
- CHARLES-GIBERGUES, A. – OLLIVER, J. – HANNA, B. Ultra Fine Admixtures in High Strength Pastes and Mortars. *Special Publication*. 1989, 114, s. 1101–1116.
- CHIANG, C. R. On the stress intensity factors of cracks near an interface between two media. *International Journal of Fracture*. Feb 1991, 47, 4, s. R55–R58. ISSN 1573-2673. doi:[10.1007/BF00012951](https://doi.org/10.1007/BF00012951). Dostupné z: <<https://doi.org/10.1007/BF00012951>>.

- CONSTANTINIDES, G. – ULM, F.-J. The effect of two types of C-S-H on the elasticity of cement-based materials: Results from nanoindentation and micromechanical modeling. *Cement and Concrete Research*. 2004, 34, 1, s. 67 – 80. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(03\)00230-8](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(03)00230-8). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884603002308>>.
- ČSN EN 1015-3. *Zkušební metody malt pro zdivo - Část 3: Stanovení konzistence čerstvé malty (s použitím stráscího stolku)*. Praha, 2000.
- ČSN EN 1015-6. *Zkušební metody malt pro zdivo - Část 6: Stanovení objemové hmotnosti čerstvé malty*. Praha, 1999.
- ČSN EN 196-1:2005. *Metody zkoušení cementu - Část 1: Stanovení pevnosti*. Praha, 2005.
- DE ROOIJ, M. – BIJEN, J. – FRENS, G. Introduction of syneresis in cement paste. In KATZ, A. et al. (Ed.) *RILEM Second International Conference on the Interfacial Transition Zone in Cementitious Composites*, s. 3–39. E & FN, 1998. ISBN 0 419 24310 0.
- DIAMOND, S. – HUANG, J. Interfacial Transition Zone: Reality or Myth? In KATZ, A. et al. (Ed.) *RILEM Second International Conference on the Interfacial Transition Zone in Cementitious Composites*, s. 3–39. E & FN, 1998. ISBN 0 419 24310 0.
- DIAMOND, S. Cement Paste Microstructure in Concrete. *MRS Proceedings*. 1986, 85. doi:10.1557/PROC-85-21.
- DICKÝ, J. – MISTRÍKOVÁ, Z. – SUMEC, J. *Pružnost a plasticita v stavebnictví 2*. Vydavatelstvo STU, 1. vyd. edition, 2006. ISBN 80-227-2515-3.
- FARRAN, J. Contribution mineralogique a l'étude de l'adhérence entre les constituants hydratés des ciments et les matériaux enrobés. *Revue des Matériaux de Construction*. 1956, 491, s. 155 – 157.
- GALLIAS, J. – CABRILLAC, R. Action of chloride ions on the reactions in the corroded steel-cement paste interfacial transition zone. In KATZ, A. et al. (Ed.) *RILEM Second International Conference on the Interfacial Transition Zone in Cementitious Composites*, s. 59–66. E & FN, 1998. ISBN 0 419 24310 0.
- GERCEK, H. Poisson's Ratio Values for Rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 01 2007, 44, s. 1–13.

- GOLDMAN, A. – BENTUR, A. Effects of pozzolanic and non-reactive microfillers on the transition zone in high strength concretes. In MASO, J. (Ed.) *Interfaces in Cementitious Composites. RILEM International Conference*, s. 53–61. E & FN Spon, October 21-23 1992. ISBN 0-419-18090-7.
- GRIFFITH, A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1921, 221, 582–593, s. 163–198. ISSN 0264-3952. doi:10.1098/rsta.1921.0006. Dostupné z: <<http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/221/582-593/163>>.
- HASHIN, Z. – MONTEIRO, P. An inverse method to determine the elastic properties of the interphase between the aggregate and the cement paste. *Cement and Concrete Research*. 2002, 32, 8, s. 1291 – 1300. ISSN 0008-8846. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)00792-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846(02)00792-5). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0008884602007925>>.
- HODULÁKOVÁ, M. Modul pružnosti přírodního kamene. Bachelor's thesis, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví, 75 s. Vedoucí práce Ing. Dalibor Kocáb, 2015.
- IRWIN, G. R. Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics* 24. 1957, s. 361–364.
- KARIHALOO, B. L. *Fracture Mechanics and Structural Concrete*. Essex: Longman Scientific and Technical, 1995. ISBN 0-582-21582-X.
- KERŠNER, Z. – PUKL, R. – NOVÁK, D. *Nelineární lomová mechanika pro modelování prvků a konstrukcí z kvazikřehkých materiálů. Studijní opora předmětu Vybrané stati z nosných konstrukcí budov, modul BL13-MO3*. FAST VUT v Brně, Brno, 2006.
- KLUSÁK, J. – KNĚSL, Z. – NÁHLÍK, L. Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part II: Stability of sharp and bi-material notches. *Engineering mechanics*. 2007, 14, 6, s. 409–422. ISSN 1802-1484.
- KNĚSL, Z. – KLUSÁK, J. – NÁHLÍK, L. Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part I: A universal assessment of singular stress concentrations. *Engineering mechanics*. 2007, 14, 6, s. 399–408. ISSN 1802-1484.
- KOPECKÝ, L. et al. Tranzitní zóna cementového tmelu mezi polyetylen-tereftalátovou výztuží a betonem. 09 2007, 16, s. 271–273. ISSN 1210-4027.

- KUBÍNEK, R. – ŠAFÁŘOVÁ, K. – VŮJTEK, M. *Elektronová mikroskopie*. Univerzita Palackého v Olomouci, 1. edition, 2011. Dostupné z: <fyzika.upol.cz/cs/pro-studenty/elektronova-mikroskopie>. ISBN 978-80-244-2739-3.
- KUNZ, J. *Aplikovaná lomová mechanika*. ČVUT, Praha, 2005. ISBN 80-01-02248-X.
- LASÁK, P. *Spojnice trendu - úpravy rovnice ve VBA*, 2004. Dostupné z: <<http://office.lasakovi.com/excel/vba-grafy/>>.
- MUSKHELISHVILI, N. I. *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity: fundamental equations, plane theory of elasticity, torsion, and bending*. P. Noordhoff, Groningen, The Netherlands, 1963.
- NEUBAUER, C. – JENNINGS, H. – GARBOCZI, E. A three-phase model of the elastic and shrinkage properties of mortar. *Advanced Cement Based Materials*. 1996, 4, 1, s. 6 – 20. ISSN 1065-7355. doi:[https://doi.org/10.1016/S1065-7355\(96\)90058-9](https://doi.org/10.1016/S1065-7355(96)90058-9). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1065735596900589>>.
- NÁHLÍK, L. – KNÉSL, Z. – KLUSÁK, J. Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part III: An Application to a Crack Touching a Bimaterial Interface. *Engineering mechanics*. 2008, 15, 2, s. 99–114.
- NĚMEČEK, J. *Nanoindentation of Heterogeneous Structural Materials*. Habilitation thesis, Czech technical university in Prague, September 2009.
- NOBELPRIZE.ORG. *The Nobel Prize in Physics 1986* [online]. Nobel Media AB 2014, [cit. 2017-09-22]. Dostupné z: <http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1986/>.
- OLLIVIER, J. – MASO, J. – BOURDETTE, B. Interfacial transition zone in concrete. *Advanced Cement Based Materials*. 1995, 2, 1, s. 30–38.
- PADĚLEK, P. Problematika komplexních potenciálů v izotropní rovinné pružnosti. Bachelor's thesis, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav matematiky, 37 s. Vedoucí práce Ing. Tomáš Profant, Ph.D., 2010.
- PARIS, P. – SIH, G. Stress Analysis of Cracks. *Fracture Toughness Testing and its Applications*. 1965, s. 30–83. doi:10.1520/STP26584S. Dostupné z: <<http://www.astm.org/doiLink.cgi?STP26584S>>.
- RICE, J. A Path Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. 01 1968, 35, s. 379–386.

- ROSSIGNOLO, J. A. A. Effect of silica fume and SBR latex on the paste/aggregate interfacial transition zone. *Materials Research*. 03 2007, 10, s. 83 – 86. ISSN 1516-1439.
- SALAJKA, V. *Pružnost a plasticita – přednášky*. FAST VUT v Brně, 2015. Dostupné z: <<http://www.zbynekvk.cz/cepri/CD03/CD03.pdf>>.
- SCRIVENER, K. L. – NEMATİ, K. M. The percolation of pore space in the cement paste/aggregate interfacial zone of concrete. *Cement and Concrete Research*. 1996, 26, 1, s. 35 – 40. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/0008-8846\(95\)00185-9](https://doi.org/10.1016/0008-8846(95)00185-9). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884695001859>>.
- SCRIVENER, K. L. – CRUMBIE, A. K. – PRATT, P. L. A Study of the Interfacial Region Between Cement Paste and Aggregate in Concrete. *MRS Proceedings*. 1987, 114. doi:10.1557/PROC-114-87.
- SCRIVENER, K. L. – CRUMBIE, A. K. – LAUGESSEN, P. The Interfacial Transition Zone (ITZ) Between Cement Paste and Aggregate in Concrete. *Interface Science*. 2004, 12, 4, s. 411–421. ISSN 1573-2746. doi:10.1023/B:INTS.0000042339.92990.4c. Dostupné z: <<http://dx.doi.org/10.1023/B:INTS.0000042339.92990.4c>>.
- SCRIVENER, K. – PRATT, P. A preliminary study of the microstructure of cement/sand bond in mortars. In *Proceedings of the 8th International Congress on the Chemistry of Cement*, III, s. 466–471, 1986.
- SHAH, S. P. – OUYANG, C. Fracture Mechanics for Failure of Concrete. *Annual Review of Materials Science*. 1994, 24, 1, s. 293–320. doi:10.1146/annurev.ms.24.080194.001453. Dostupné z: <<http://dx.doi.org/10.1146/annurev.ms.24.080194.001453>>.
- SHIH, C. F. – MORAN, B. – NAKAMURA, T. Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body. *International Journal of Fracture*. Feb 1986, 30, 2, s. 79–102. ISSN 1573-2673. doi:10.1007/BF00034019. Dostupné z: <<https://doi.org/10.1007/BF00034019>>.
- SIH, G. C. Introductory Chapter: A Special Theory of Crack Propagation. In SIH, G. C. (Ed.) *Mechanics of Fracture 1: Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems*. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1973. s. XXI–XLV.
- SOUČEK, K. et al. Geotechnical Characterization of Bukov Underground Research Facility. *Procedia Engineering - ISRM European Rock Mechanics*

- Symposium EUROCK 2017*. 2017, s. 711–718. ISSN 1877-7058. Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817323767>>.
- STIBOR, M. *Lomové parametry kvazikřehkých materiálů a jejich určování*. PhD thesis, ÚSTM FAST VUT, vedoucí práce Ing. Zbyněk Keršner, CSc., říjen 2004.
- STRUBLE, L. – SKALNY, J. – MINDESS, S. A review of the cement-aggregate bond. *Cement and Concrete Research*. 1980, 10, 2, s. 277 – 286. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/0008-8846\(80\)90084-8](https://doi.org/10.1016/0008-8846(80)90084-8). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884680900848>>.
- TESCAN. *MIRA3 / TESCAN* [online]. 2016. [cit. 2017-09-22]. Dostupné z: <<https://www.tescan.com/en-us/technology/sem/mira3>>.
- VAVRO, L. – SOUCEK, K. Study of the effect of moisture content and bending rate on the fracture toughness of rocks. 11 2013, 10, s. 247–253.
- ČERVENKA, V. – JENDELE, L. – ČERVENKA, J. *ATENA Program Documentation, Part 1 – Theory*. Červenka Consulting, Praha, 2016.
- VENCELIDES, P. Elektronová mikroskopie pro střední školy. Bachelor's thesis, Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, Ústav fyzikální elektroniky, 62 s. Vedoucí práce Mgr. Jana Jurmanová, Ph.D., 2016.
- VESELÝ, V. *The role of process zone in quasi-brittle fracture. Zkrácené verze habilitační práce*. Vutium, Brno, 2015. ISBN 978-80-214-5255-8.
- VLK, M. – FLORIAN, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2007. Dostupné z: <<http://www.zam.fme.vutbr.cz/vlk/meznistavy.pdf>>.
- ŠAMALÍKOVÁ, M. – LOCKER, J. – POSPÍŠIL, P. *Geologie*. 2006, Učební texty pro studenty kombinovaného a denního studia. Dostupné z: <<http://geotech.fce.vutbr.cz/studium/geologie/skripta/geologie.pdf>>.
- ŠIMONOVÁ, H. et al. Modelling of interfacial transition zone effect on resistance to crack propagation in fine-grained cement-based composites. 01 2017, 11, s. 211–219.
- VUT v BRNĚ. *Armin Delong devadesátiletý - Tiskové zprávy* [online]. 2015. [cit. 2017-09-22]. Dostupné z: <<https://www.vutbr.cz/f19527/d98041>>.
- VYHLÍDAL, M. Základní rysy porušování vybraných stavebních kompozitů v blízkosti rozhraní plniva a matrice. Bachelor's thesis, Vysoké učení technické v Brně,

Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, 60 s. Vedoucí práce prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc., vedoucí-specialista doc. Ing. Jan Klusák, Ph.D., 2016.

VYHLÍDAL, M. et al. Působení přechodové zóny u vybraných jemnozrnných cementových kompozitů. In EDITOR (Ed.) *Sborník příspěvků konference JUNIORSTAV 2017*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 01 2017. ISBN 978-80-214-5473-6.

WESTERGAARD, H. M. Bearing pressures and cracks. *Journal of Applied Mechanics*. 1939, 6, s. 49–53.

WILLIAMS, M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. 1957, 24, s. 109–114.

ZACHARDA, V. et al. An Influence of Interfacial Transition Zone on Local and Overall Fracture Response of Cementitious Composites. In EDITOR (Ed.) *Book of abstracts 13th Conference on Local Mechanical Properties*, s. 26–27, 2017.

ZIMBELMANN, R. A contribution to the problem of cement-aggregate bond. *Cement and Concrete Research*. 1985, 15, 5, s. 801 – 808. ISSN 0008-8846. doi:[https://doi.org/10.1016/0008-8846\(85\)90146-2](https://doi.org/10.1016/0008-8846(85)90146-2). Dostupné z: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884685901462>>.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

AFM Atomic Force Microscopy – mikroskopie atomárních sil

AGG aggregate – kamenivo

BSE zpětně odražené elektrony

CH hydroxid vápenatý

C-S-H hydratovaný křemičitan vápenatý

EDS Energy Dispersive Spectrometer – elektronově disperzní spektroskopie

EDX Energy-dispersive X-ray spectroscopy – elektronově disperzní rentgenová spektroskopie

GSCS generalized self-consistent scheme

HPC high performance concrete – vysokohodnotný beton

HSC high strenght concrete – vysokopevnostní beton

ITZ the interfacial transition zone – mezifázová přechodová vrstva

LELM lineární elastická lomová mechanika

MKP metoda konečných prvků

MTX matrix – matrice

PET polyethylen-tereftalát

RD rovinná deformace

RN rovinná napjatost

rtg rentgenový

SBR styren-butadienový kaučuk

SEM scanning electron microscopy – rastrovací elektronová mikroskopie

SE sekundární elektrony

SF křemičitý úlet – oxid křemičitý

TEM Transmisní elektronový mikroskop

a	délka iniciačního zářezu [m]
α	poměr délky zářezu ku výšce tělesa [–]
a_{ij}	koeficienty [MPa ^{–1}]
A_1	skutečná plocha příložky [m ²]
A_2	plocha příložky s jednotkovou tloušťkou [m ²]
A_{lig}	plocha ligamentu [m ²]
A_n	koeficienty namáhání [Pa · m ^{1–$\frac{n}{2}$}]
B	tloušťka trámce [m]
c	rychlost světla [m·s ^{–1}]
$CMOD$	otevření ústí trhliny [m]
d	svislý posun uprostřed rozpětí – deflection [m]
d	délka oblasti integrace [m]
δ	vzdálenost vrcholu trhliny od rozhraní [m]
$\frac{dU}{dV}$	hustota deformační energie [J/m ³]
e	elementární náboj [C]
E	Youngův modul pružnosti [Pa]
E^*	zdánlivý Youngův modul pružnosti [Pa]
E_k	kinetická energie [J]
E_{AGG}	modul pružnosti materiálu inkluze [Pa]
E_{ITZ}	modul pružnosti ITZ [Pa]
E_{MTX}	modul pružnosti matrice [Pa]
E_{20}	střední hodnota modulu pružnosti přes oblast délky 20 μm [Pa]
E_{50}	střední hodnota modulu pružnosti přes oblast délky 50 μm [Pa]
$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$	složky poměrných délkových deformací [–]
$\epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$	složky poměrných úhlových deformací [–]

- F_1 síla získaná z L – d diagramu [N]
- F_2 síla aplikovaná v modelu [N]
- F_{odhad} odhadovaná kritická síla [N]
- F_{model} kritická síla z numerického modelu [N]
- $F(x, y)$ Airyho funkce napětí v kartézském systému souřadnic
- $f_{ij}(n, \theta)$ funkce úhlu θ [–]
- $F_{ij}(\theta, M, \dots)$ funkce polárního úhlu θ , materiálových vlastností a geometrie [–]
- $F_k(\theta, \lambda)$ funkce úhlu θ a vlastní čísla λ [–]
- G modul pružnosti ve smyku [Pa]
- G_F specifická lomová energie [$\text{J}\cdot\text{m}^{-2}$]
- H_k zobecněný součinitel intenzity napětí [$\text{Pa}\cdot\text{m}^p$]
- h_0 hloubka řezu v boku zářezu [m]
- Im imaginární část výrazu
- κ parametr úlohy (RN nebo RD) [–]
- K_I součinitel intenzity napětí pro zatěžovací mód I [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- K_{II} součinitel intenzity napětí pro zatěžovací mód II [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- K_{III} součinitel intenzity napětí pro zatěžovací mód III [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- K_{Ic} lomová houževnatost pro zatěžovací mód I [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- $K_{Ic,ITZ}$ lomová houževnatost ITZ [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- $K_{Ic,MTX}$ lomová houževnatost MTX [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- K_I^* zdánlivý součinitel intenzity napětí pro zatěžovací mód I [$\text{Pa}\cdot\text{m}^{1/2}$]
- ξ komplexní proměnná
- $\bar{\xi}$ komplexně sdružené číslo
- l délka prvku [m]
- L Load – zatížení [N]

L	délka tělesa [m]
L_{\max}	maximální působící zatížení [N]
λ	vlnová délka [m]
λ_k	k-té vlastní číslo [-]
m	hmotnost elektronu [kg]
m_0	klidová hmotnost elektronu [kg]
ν	Poissonovo číslo [-]
ν_{AGG}	Poissonovo číslo materiálu inkluze [-]
ν_{ITZ}	Poissonovo číslo materiálu ITZ [-]
p	hybnost [$\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
p	exponent singularity napětí [-]
Φ	Airyho funkce napětí v polárním systému souřadnic
$\Phi(\xi)$, $\chi(\xi)$	holomorfní funkce komplexní proměnné ξ
r, θ	polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny [m,rad]
Re	reálná část výrazu
S	teoretická vzdálenost podpor [m]
\mathcal{S}	faktor hustoty deformační energie [J/m^2]
\mathcal{S}_c	kritická hodnota faktoru hustoty deformační energie [J/m^2]
Σ	Zobecněný faktor hustoty deformační energie [J/m^2]
σ_c	kritické napětí [Pa]
σ_{ij}	složky tenzoru napětí [Pa]
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	složky normálových napětí [Pa]
$\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$	složky tečných napětí [Pa]
$\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{rr}$	složky tenzoru napětí v polárních souřadnicích [Pa]
$\sigma_{\theta\theta}$	tangenciální napětí v polárním souřadném systému [Pa]

$\bar{\sigma}_{\theta\theta}$	střední napětí přes oblast d [Pa]
$\bar{\sigma}_{\theta\theta,c}$	kritická hodnota středního napětí [Pa]
θ_0	úhel dalšího šíření trhliny [°]
t_{ITZ}	tloušťka ITZ [m]
U	urychlovací napětí [V]
u_i, v_i	horizontální, resp. vertikální posun uzlu i [m]
u_r	radiální posun v polárním souřadném systému [m]
u_θ	tangenciální posun v polárním souřadném systému [m]
u_x	posun ve směru osy x [m]
u_y	posun ve směru osy y [m]
u_z	posun ve směru osy z [m]
v	rychlost elektronu [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]
W_F	lomová práce [$\text{N}\cdot\text{m}$]
W	výška trámce [m]
$Y(\frac{a}{W})$	tvarová funkce [-]

SEZNAM PŘÍLOH

A Přílohy	110
A.1 Tvarová funkce	110
A.2 Úprava grafů ve VBA MS Excel	112
A.2.1 Odstranění vodorovných bodů	112
A.2.2 Odstranění nulových bodů	112
A.2.3 Aproximace lineární části větve	113
A.3 Úprava vzorce KCALC	115

A PŘÍLOHY

A.1 Tvarová funkce

```

FINISH
/CLEAR,START
*CFOPEN,KIC,TXT                                !OTEVRENI SOUBORU VYSLEDKU
*cfwrite, poradi, alfa, a0, Kic
krok = 1
i=1                !Inicializace cyklu
alfa = 0
*do,pom,krok,19,1,    !Cyklus pro Kic
kcal = 0
delkattrhliny = 0
alfa = 0
/PREP7                !Otevření preprocessoru
! *****Definice parametrů*****
w=40e-3                !šířka
s=120e-3                !rozpětí
l=160e-3                !délka
alfa=0.05*pom          !alfa=a/w
delkattrhliny=alfa*w
rad=0.0001              !radius nodů kolem vrcholu
sila=1000               !síla
!*****Tvorba geometrie*****
K,1,0,0
K,2,delkattrhliny,0
K,3,delkattrhliny,s/2
K,4,delkattrhliny,l/2
K,5,-(w-delkattrhliny),l/2
K,6,-(w-delkattrhliny),s/2
K,7,-(w-delkattrhliny),0
A,1,2,3,4,5,6,7
KSCON,1,0.0001,1,6,0.5    !Volba sítě v okolí vrcholu trhliny
!*****Volba konečných prvků a materiálů*****
ET,1,PLANE82,,2
MP,EX,1,30E9
MP,PRXY,1,0.2

```

```
R,1
!*****Tvorba sítě*****
AESIZE,ALL,0.001
TYPE,1
MAT,1
REAL,1
AMESH,1
!*****Okrajové podmínky*****
FK,7,FX,1000      !FORCE, 1000 N
DK,3, , , ,0,UX
DL,7, , UY
!*****Řešič*****
/SOLU
SOLVE
!*****POSTPROCESSOR*****
/POST1
SET,FIRST
!*****Výběr cesty*****
NSEL,S,NODE,,1
NSEL,A,NODE,,3
NSEL,A,NODE,,4
LPATH,1,3,4
KCALC,0,1,0,1
*get,kcal,KCALC,0,K,1
*vwrite,pom,alfa,delkatrhliny,kcal
(E13.5,E13.5,E13.5,E13.5)      !Format cisla Engineering 13 znaku, 5 desetinných
FINISH
/CLEAR,NOSTART
*ENDDO
*CFCLOSE                        !UZAVRENI SOUBORU VYSLEDKU
```

A.2 Úprava grafů ve VBA MS Excel

A.2.1 Odstranění vodorovných bodů

```
' *****
' ***** Odstranění vodorovných bodů *****
' *****

Sub vodorovne_body()

' Deklarace promenných
Dim i As Long, n As Long
Dim CMOD As Double
Dim maxload As Double
Dim podminka As Double

podminka = 0.002
maxload = -ActiveSheet.Cells(1, 16)
i = 1 'Inicializace cyklu

Do While ActiveSheet.Cells(i + 3, 8) > maxload
    CMOD = Math.Abs(ActiveSheet.Cells(i + 4, 10) - ActiveSheet.Cells(i + 3, 10))
    If CMOD >= podminka Then
        ActiveSheet.Range("G"& (i + 3), "J"& (i + 3)).Delete (xlShiftUp)
    End If
    i = i + 1
Loop

End Sub
```

A.2.2 Odstranění nulových bodů

```
Sub nulove_body()

i = 1 'Inicializace cyklu
' *****
' Cyklus na vyhledání buněk s hodnotou d≤0 a CMOD≤ 0
' *****

Do While ActiveSheet.Cells(i + 2, 9) = 0 Or ActiveSheet.Cells(i + 2, 9) < 0 Or
```

```
ActiveSheet.Cells(i + 2, 10) = 0 Or ActiveSheet.Cells(i + 2, 10) < 0
```

```
i = i + 1
```

```
Loop
```

```
*****
```

```
' Odstranění buněk s hodnotou  $d \leq 0$  a  $CMOD \leq 0$ 
```

```
*****
```

```
i = i + 1
```

```
ActiveSheet.Range("G3", "J"& i).Delete (xlShiftUp)
```

```
End Sub
```

A.2.3 Aproximace lineární části větve

```
Sub vetev_d()
```

```
' ***** Deklarace proměnných *****
```

```
Dim minload As Double
```

```
Dim maxload As Double
```

```
' ***** Inicializace cyklu *****
```

```
i = 1
```

```
n = 1
```

```
minload = 0 'Zde zadat minimální sílu [kN]
```

```
maxload = 0.1 'Zde zadat maximální sílu [kN]
```

```
*****
```

```
'Cyklus vyhledání buněk s  $Load < maxload$ 
```

```
*****
```

```
Do While ActiveSheet.Cells(i + 2, 8) < maxload
```

```
i = i + 1
```

```
Loop
```

```
*****
```

```
'Cyklus vyhledání buněk s  $Load > minload$ 
```

```
*****
```

```
Do While ActiveSheet.Cells(n + 2, 8) < minload
```

```
n = n + 1
```

```
Loop
```

```
i = i + 2
```

```
n = n + 2
```

```

'*****

'Zobrazení hodnot vyhovujících výše zmíněným kritériím Lasák (2004)
'*****

' ***** Hodnoty X pro datovou řadu *****
ActiveSheet.ChartObjects(5).Chart.SeriesCollection(1).XValues =
ActiveSheet.Range("I"& n, "I"& i)
' ***** Hodnoty Y pro datovou řadu *****
ActiveSheet.ChartObjects(5).Chart.SeriesCollection(1).Values =
ActiveSheet.Range("H"& n, "H"& i)
ActiveSheet.ChartObjects(5).Activate
ActiveChart.SeriesCollection(1).Trendlines(1).Select
With Selection
.Type = xlLinear ' v případě polynomu vyššího stupně zadat xlPolynomial
.Order = 1 ' nastaví řád polynomu
.Forward = 0
.Backward = 0
.InterceptIsAuto = True
.DisplayEquation = True
.DisplayRSquared = False
.NameIsAuto = True
.DataLabel.NumberFormat = "0.0000000000000000E+00"
End With
' ***** přepneme se do grafu *****
ActiveSheet.ChartObjects(5).Activate
' ***** uložíme do proměnné sFormula
sFormula = ActiveChart.SeriesCollection(1).Trendlines(1).DataLabel.Text
' ***** uložíme do buňky AS6 *****
ActiveSheet.Range("AS6").Value = sFormula
' ***** aktivujeme buňku na požadovaném listě *****
ActiveSheet.Activate
ActiveSheet.Range("AS6").Activate
' ***** upravíme vzoreček do požadované podoby *****
ActiveCell.Replace What:="x", Replacement:="*AS7"
ActiveCell.Replace What:="y = ", Replacement:=""
' ***** Převedení rovnice do výpočtového tvaru *****
pomocna_a = "-" & ActiveSheet.Range("AS6").Value
ActiveSheet.Range("AS8").FormulaLocal = pomocna_a

End Sub

```

A.3 Úprava vzorce KCALC

Součinitel intenzity napětí K_I je možno vyčíslit ze vztahů z posunu uzlů v okolí vrcholu trhliny dle následujících vztahů platných pro poloviční model (Paris – Sih, 1965):

$$K_I = \sqrt{2\pi} \cdot \frac{2G}{1 + \kappa} \cdot \frac{|v|}{\sqrt{r}}. \quad (\text{A.1})$$

Jedinou neznámou, závisící na radiální vzdálenosti r a vertikálním posunu v , je člen $\frac{|v|}{\sqrt{r}}$. Na obr. 3.7 vidíme, že známé, resp. vypočtené, jsou vertikální posuny v_2 a v_3 , zatímco posun uzlu 1 $v_1 = 0$. Nicméně pro odhad posunu uzlu 1 nám budou sloužit oba vypočtené posuny v_2, v_3 . Zavedme nyní následující předpoklad:

$$\frac{|v|}{\sqrt{r}} = A + Br. \quad (\text{A.2})$$

Dosazením posunu uzlů 1, 2 a jejich vzdálenosti od vrcholu trhliny do rovnice výše, získáváme lineární závislost neznámého členu rovnice A.1 pouze na vzdálenosti r . Položíme-li $r = 0$, dostáváme vertikální posun vrcholu trhliny:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|v|}{\sqrt{r}} = A. \quad (\text{A.3})$$

Tímto postupem dostáváme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

$$\begin{aligned} \frac{|v_2|}{\sqrt{r_2}} &= A + Br_2 \\ \frac{|v_3|}{\sqrt{r_3}} &= A + Br_3 \end{aligned}$$

Dosazením $r_2 = \frac{1}{4}l$, $r_3 = l$ a vyřešením rovnic dostáváme A a B rovno:

$$\begin{aligned} B &= \frac{v_3 - 2v_2}{l\sqrt{l}} \cdot \frac{4}{3} \\ A &= \frac{2v_2}{\sqrt{l}} - \frac{l}{4}B = \frac{8v_2 - v_3}{3\sqrt{l}} \end{aligned}$$

Dosazením parametru A za neznámý člen $\frac{|v|}{\sqrt{r}}$ do rovnice A.1 dostáváme

$$K_I = \sqrt{2\pi} \cdot \frac{2GA}{(1 + \kappa)}. \quad (\text{A.4})$$

Následnými úpravami ($G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$) dostáváme výsledný vztah

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{l}} \cdot \frac{E \cdot (8v_2 - v_3)}{3(1 + \nu)(1 + \kappa)}. \quad (\text{A.5})$$